

インピーダンス変換器「抵抗器型」

2007. 02. 01 小林武信

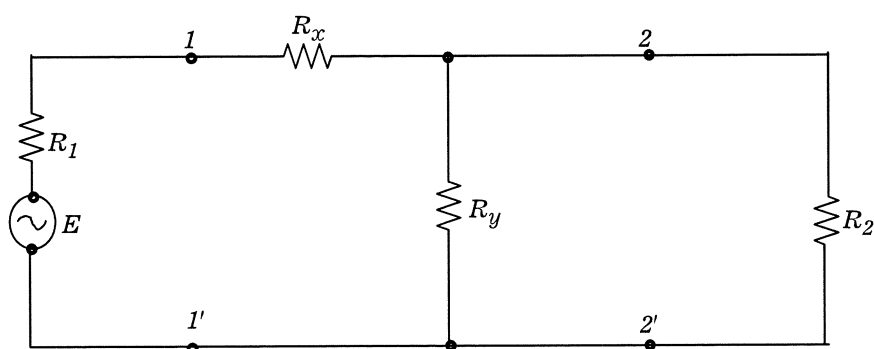
信号源インピーダンスが75[Ω]の信号レベルを測定するとき、一般的な入力インピーダンス50[Ω]の測定器を直接すると、インピーダンスの不整合によって正確なレベル測定が出来ない。このようなとき、信号源と測定器との間に挿入し、両者の整合をはかり、正確な測定値を得るためにインピーダンス変換器を使用する。

インピーダンス変換器には抵抗器で構成するものと、変成器で構成するものがある。抵抗器で構成するインピーダンス変換器には本質的に大きなレベル減衰が伴うから注意が必要である。変成器で構成するものは比較的減衰量は少ない。

ここでは抵抗器で構成するインピーダンス変換器を考察し、構成要素の抵抗値を決定し、その減衰量を算出する。

図1は信号源、測定器、インピーダンス変換器を含む回路である。

信号源インピーダンスを R_1 、測定器の内部インピーダンスを R_2 とし $R_1 R_2$ とする。インピーダンス変換器を構成する抵抗器を $R_x R_y$ とする。



「図1」

いま「図1」において 1、1'で回路を切り離し、そこから右を見たインピーダンス $R_{11'}$ は、 R_1 に等しくなければならないから

$$R_{11'} = R_1 = R_x + \frac{R_2 R_y}{R_2 + R_y} \quad (1)$$

同じく、端子2、2'で切り離し、そこから左を見たインピーダンス $R_{22'}$ は、 R_2 と等しくなければならないから、

$$R_{22'} = R_2 = \frac{R_y(R_1 + R_x)}{R_1 + R_x + R_y} \quad (2)$$

(1)(2)式から R_x, R_y を求める。(1)式を変形して

$$R_x = R_1 - \frac{R_2 R_y}{R_2 + R_y} \quad (3)$$

(3)式を(2)式に代入すると、

$$R_2 = \frac{R_y \left\{ R_1 + \left(R_1 - \frac{R_2 R_y}{R_2 + R_y} \right) \right\}}{R_1 + R_1 - \frac{R_2 R_y}{R_2 + R_y} + R_y} \quad (4)$$

$$= \frac{R_y \left(2R_1 - \frac{R_2 R_y}{R_2 + R_y} \right)}{2R_1 - \frac{R_2 R_y}{R_2 + R_y} + R_y} \quad (5)$$

$$= \frac{R_y(2R_1(R_2 + R_y) - R_2R_y)}{(2R_1 + R_y)(R_2 + R_y) - R_2R_y} \quad (6)$$

$$= \frac{R_y(2R_1R_2 + 2R_1R_y - R_2R_y)}{2R_1R_2 + 2R_1R_y + R_2R_y + R_y^2 - R_2R_y} \quad (7)$$

$$= \frac{R_y(2R_1R_2 + R_1R_y - R_2R_y)}{2R_1R_2 + 2R_1R_y + R_y^2} \quad (8)$$

更に変形して

$$R_2(2R_1R_2 + 2R_1R_y + R_y^2) = R_y(2R_1R_2 + 2R_1R_y - R_2R_y) \quad (9)$$

$$2R_1R_2^2 + 2R_1R_2R_y + R_2R_y^2 = 2R_1R_2R_y + 2R_1R_y^2 - R_2R_y^2 \quad (10)$$

整理して

$$2R_1R_2^2 + 2R_2R_y^2 = 2R_1R_y^2 \quad (11)$$

$$R_1R_2^2 = R_y^2(R_1 - R_2) \quad (12)$$

$$R_y^2 = \frac{R_1R_2^2}{R_1 - R_2} \quad (13)$$

$$\therefore R_y = R_2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}} \quad (14)$$

(14) 式の R_y を(3)式に代入すると、

$$R_x = R_1 - \frac{R_2^2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}}}{R_2 + R_2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}}} \quad (15)$$

$$= R_1 - \frac{R_2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}}{1 + \sqrt{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}} \quad (16)$$

$$= R_1 - \frac{R_2 \sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1 - R_2} + \sqrt{R_1}} \quad (17)$$

$$= R_1 - \frac{R_2 \sqrt{R_1} \sqrt{R_1 - R_2} - \sqrt{R_1}}{(\sqrt{R_1 - R_2} + \sqrt{R_1}) \sqrt{R_1 - R_2} - \sqrt{R_1}} \quad (18)$$

$$= R_1 - \frac{R_2 \sqrt{R_1} \sqrt{R_1 - R_2} - R_1 R_2}{(\sqrt{R_1 - R_2})^2 - (\sqrt{R_1})^2} \quad (19)$$

$$= R_1 - \frac{R_2(\sqrt{R_1}\sqrt{R_1 - R_2}) - R_1R_2}{-R_2} \quad (20)$$

$$= \frac{R_1R_2 - R_2\sqrt{R_1}\sqrt{R_1 - R_2} - R_1R_2}{-R_2} \quad (21)$$

$$= \sqrt{R_1}\sqrt{R_1 - R_2} \quad (22)$$

$$= \sqrt{R_1(R_1 - R_2)} \quad (23)$$

まとめると、構成要素 R_x 、 R_y は

$$R_x = \sqrt{R_1(R_1 - R_2)} \quad (24)$$

$$R_y = R_2\sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}} \quad (25)$$

として求めることができる。

〔例題〕

$$R_1 = 75 [\Omega]$$

$$R_2 = 50 [\Omega]$$

とすると、構成要素である R_x 、 R_y を求める。

(24) (25) 式から

$$\begin{aligned} R_x &= \sqrt{R_1(R_1 - R_2)} \\ &= \sqrt{75(75 - 50)} \\ &= \sqrt{1875} \\ &= 43.3013 \cong 43.3 \quad [\Omega] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} R_y &= R_2\sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}} \\ &= 50\sqrt{\frac{75}{75 - 50}} \\ &= 86.6025 \cong 86.6 \quad [\Omega] \end{aligned} \quad (27)$$

〔検証〕

端子1, 1'から右を見たインピーダンス $R_{11'}$ は (1)式から

$$R_{11'} = R_x + \frac{R_2R_y}{R_2 + R_y} \quad (1')$$

$$= 43.3013 + \frac{50 \times 86.6025}{50 + 86.6025} = 75.0000244 \cong 75 [\Omega] \quad (28)$$

端子2, 2'から左を見たインピーダンス $R_{22'}$ は (2)式から

$$\square \quad R_{22'} = \frac{R_y(R_1 + R_x)}{R_1 + R_x + R_y} \quad (2)'$$

$$= \frac{86.6025(75 + 43.3013)}{75 + 43.3013 + 86.6025} \quad (29)$$

$$= \frac{10245.18833}{204.9038} \quad (30)$$

$$= 49.99999187 \cong 50 \quad [\Omega] \quad (31)$$

(28)、(31)式からインピーダンス変換は正しく行なわれた。

「インピーダンス変換器の挿入損失の導出」

「図1」の端子1, 1'からインピーダンス変換器に向かって流入する電流 I_1 は、端子1, 1'で回路を切り離し、そこで左右を見たインピーダンスは等しい、すなわち、整合が取れているから、

$$I_1 = \frac{E}{2R_1} \quad (32)$$

同じく、端子2, 2'から R_2 に向かって流出する電流 I_2 は

$$I_2 = \frac{V_\ell}{2R_2} \quad (33)$$

ここに E : 信号源起電力(開放電圧)

V_ℓ : 端子2, 2'間開放電圧(2, 2'を切り離し、 R_2 を取り去った時、2, 2'に現れる電圧)

$$V_\ell = \frac{ER_y}{R_x + R_y + R_1} \quad (34)$$

$$\therefore I_2 = \frac{ER_y}{2R_2(R_x + R_y + R_1)} \quad (35)$$

端子1, 1'に整合インピーダンス R_1 を接続した時、 R_1 に消費される有能電力 P_1 は、

$$P_1 = (I_1)^2 R_1 \quad (36)$$

$$= \left(\frac{E}{2R_1} \right)^2 R_1 \quad (37)$$

$$= \frac{E^2}{4R_1} \quad (38)$$

同様に、端子2, 2'に整合インピーダンス R_2 を接続した時、 R_2 に消費される有能電力 P_2 は、

$$P_2 = (I_2)^2 R_2 \quad (39)$$

$$= \left\{ \frac{ER_y}{2R_2(R_x + R_y + R_1)} \right\}^2 R_2 \quad (40)$$

$$= \frac{E^2}{4R_2} \left\{ \frac{R_y}{R_x + R_y + R_1} \right\}^2 \quad (41)$$

従って、 P_2, P_1 の比は、

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{E^2}{4R_2} \left\{ \frac{R_y}{R_x + R_y + R_1} \right\}^2}{\frac{E^2}{4R_1}} \quad (42)$$

$$= \frac{R_1}{R_2} \left\{ \frac{R_y}{R_x + R_y + R_1} \right\}^2 \quad (43)$$

$$= \frac{R_1}{R_2} \left\{ \frac{R_y}{R_x + R_y + R_1} \right\}^2 \quad (44)$$

入出力電力比は(44)式から求めることができるが、インピーダンス変換器の構成要素の抵抗値を必要とするから不便である。そこで、信号源インピーダンス R_1 、測定器インピーダンス R_2 から算出する。

(24)、(25)式から、

$$R_x + R_y = \sqrt{R_1(R_1 - R_2)} + R_2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}} \quad (45)$$

$$= \frac{(\sqrt{R_1 - R_2})\sqrt{R_1(R_1 - R_2)} + R_2\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1 - R_2}} \quad (46)$$

$$= \frac{(R_1 - R_2)\sqrt{R_1} + R_2\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1 - R_2}} \quad (47)$$

$$= \frac{R_1\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1 - R_2}} \quad (48)$$

(48)(44)(25)(24)式から、

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \left[\frac{R_2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 - R_2}}}{\frac{R_1 \sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1 - R_2}} + R_1} \right]^2 \quad (49)$$

$$= \frac{R_1}{R_2} \left[\frac{R_2 \sqrt{R_1}}{R_1 \sqrt{R_1} + R_1 \sqrt{R_1 - R_2}} \right]^2 \quad (50)$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[\frac{\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1} + \sqrt{R_1 - R_2}} \right]^2 \quad (51)$$

$$= \left[\frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1} + \sqrt{R_1 - R_2}} \right]^2 \quad (52)$$

(52) 式の分子を $\sqrt{R_2}$ で割ると

$$= \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1}} \right]^2 \quad (53)$$

すなわち

$$\frac{P_2}{P_1} = \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1}} \right]^2 \quad (54)$$

(54) 式をデシベルで表すと

$$10 \log_{10} \left[\frac{P_2}{P_1} \right] = 10 \log_{10} \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1}} \right]^2 \quad (55)$$

$$= -10 \log_{10} \left[\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1} \right]^2 \quad (56)$$

$$= -20 \log_{10} \left[\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1} \right] \quad (57)$$

(57)式が負号であることは、 $P_1 > P_2$ であることを表し、 R_x, R_y からなるインピーダンス変換器は減衰器となることを表している。減衰量を Γ で表すと、

$$\Gamma [dB] = 20 \log_{10} \left[\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1} \right] \quad (58)$$

減衰量を確認する。

$$\Gamma [dB] = 20 \log_{10} \left[\sqrt{\frac{75}{50}} + \sqrt{\frac{75}{50} - 1} \right] \quad (59)$$

$$= 20 \log_{10} [1.2247 + 0.7071]$$

$$= 5.7192 \quad [dB] \quad (58)$$

75[Ω] を 50[Ω] に変換する抵抗器型インピーダンス変換器は、75[Ω] から 50[Ω] に変換するに際して5.72[dB]の減衰が発生する。