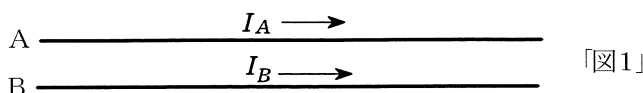


TEM波を伝送する平行二線分布定数線路は分布結合線路として動作する。この時線路上の任意の相対する点の電圧(電流)が等振幅で位相が逆相である場合、この線路を平衡線路という。このような状態にない線路を不平衡線路という。

分布結合回路とは線路 A、B が相互インダクタンス $L_m$ 、静電容量 $C_m$ 、によって相互に電氣的に結合されている分布定数回路をいう。いま、「図1」に示すような平行二線分布結合線路A、Bがあり、完全導体上に接近して水平に置かれており、それぞれ $I_A, I_B$ なる電流が流れているものとする。



不平衡回路の解析に対称座標法を用い、不平衡成分を対称な二つの成分に分解すれば、回路解析を容易に出来る。方向性結合器の動作解析に、この対称座標法を用いる。

対称座標法は主に三相交流解析に用いる手法で、三相交流を対称な三つの成分に分解するが、ここでは対称な二つの成分に分解する。

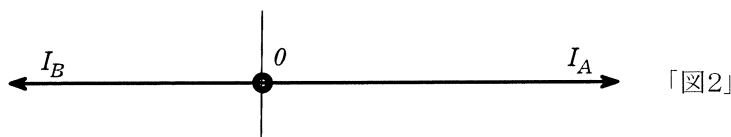
先に述べた $I_A, I_B$  の関係を次式に示す。  $I_A, I_B$  はベクトルを示し  $I_A, I_B$  はスカラーを示す。

$$I_A = kI_B \varepsilon^{j\theta} \quad (1)$$

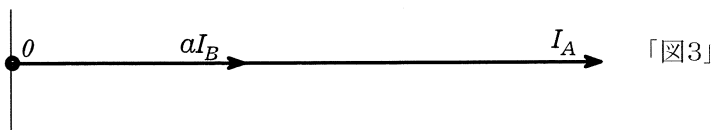
(1) 式に於いて  $k=1, \theta=\pi$  であれば、線路は平衡している。

ここでは  $k \neq 1, \theta \neq \pi$  の場合について解析する。

いま、 $I_A, I_B$  をベクトル的に表示すると「図2」のようになる。



ここで、 $a = \varepsilon^{j\pi}$  として、これを「図2」の $I_B$ に左乗すれば、「図3」となる。



「図3」から、

$$2I_1 = I_A + aI_B \quad (2)$$

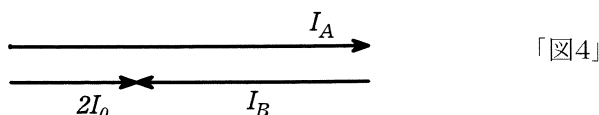
$$\therefore I_1 = \frac{1}{2} (I_A + aI_B) \quad (3)$$

次に「図2」の $I_A, I_B$  のベクトル和を $2I_0$  とすると、

$$2I_0 = I_A + I_B \quad (4)$$

$$\therefore I_0 = \frac{1}{2} (I_A + I_B) \quad (5)$$

(4) 式の関係を図4に示す。



「図4」の意味は、 $I_A$  と逆向きの $I_B$ とのベクトル和が $2I_0$ となることを表している。

A B 線には、それぞれ、 $I_0$  が流れるから、A B 線 2 線の和は  $2I_0$  となる。

(3)式は、 $I_1$  が、平行2線に往復電流として流れていることを示す。

(5) 式は、 $I_0$  が、平行2線に同一方向に流れていることを示す。

対称座標法を用いて、2つの対称分としての  $I_1, I_0$  を記述すると下式となる。

$$\begin{cases} I_0 = \frac{1}{2} (I_A + I_B) & (6) \\ I_1 = \frac{1}{2} (I_A + \alpha I_B) & (7) \end{cases}$$

次に、 $I_1, I_0$  を用いて  $I_A, I_B$  を求める。

(6)(7)式から

$$\begin{cases} 2I_0 = I_A + I_B & (8) \\ 2I_1 = I_A + \alpha I_B & (9) \end{cases}$$

行列を用いて  $I_A, I_B$  を求める。

$$I_A = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 2I_0 & 1 \\ 2I_1 & \alpha \end{vmatrix} = \frac{\begin{vmatrix} 2I_0 & 1 \\ 2I_1 & \alpha \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \alpha \end{vmatrix}} \quad (10)$$

$$= \frac{2\alpha I_0 - 2I_1}{\alpha - 1} \quad (11)$$

ここで、 $\alpha = \varepsilon^{j\pi}$

$$= \cos(\pi) + j\sin(\pi) \quad (12)$$

$$\alpha = -1 \quad (13)$$

$$\therefore \alpha + 1 = 0 \quad (14)$$

であるから、この関係を(11)式に用いると、

$$I_A = \frac{2(-1)I_0 - 2I_1}{(-1) - 1} \quad (15)$$

$$= \frac{-2(I_0 + I_1)}{-2} \quad (16)$$

$$= I_0 + I_1$$

同様にして  $I_B$  を求める。

$$I_B = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 1 & 2I_0 \\ 1 & 2I_1 \end{vmatrix} = \frac{2(I_1 - I_0)}{\alpha - 1} \quad (17)$$

(15)式と同様にして

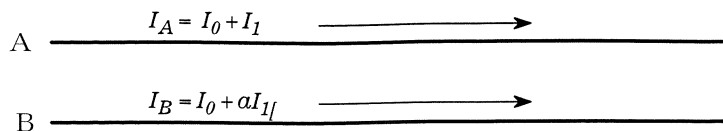
$$I_B = \frac{2(-\alpha I_1 - I_0)}{-2} \quad (18)$$

$$= I_0 + \alpha I_1$$

整理すると

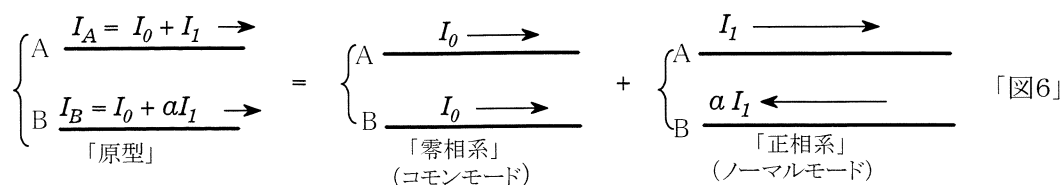
$$\begin{cases} I_A = I_0 + I_1 \\ I_B = I_0 + \alpha I_1 \end{cases} \quad (19)$$

これを図示すると「図5」のようになる。

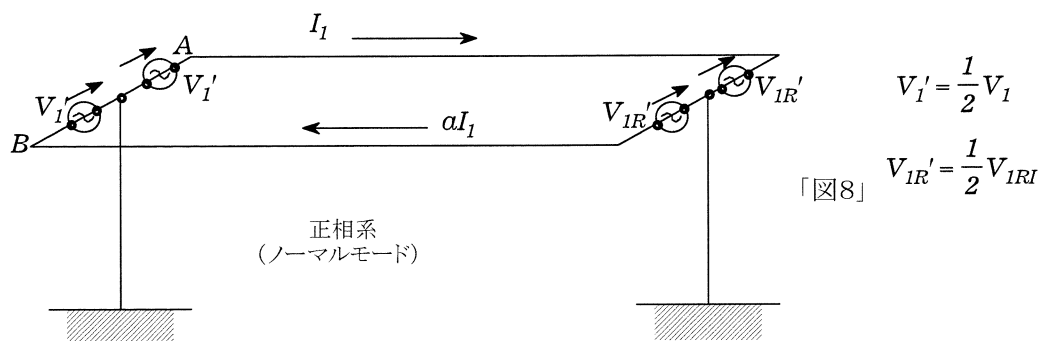
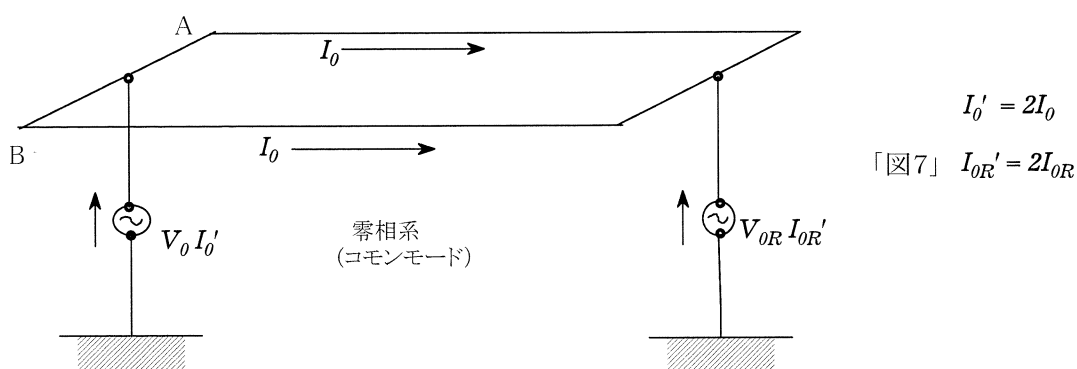


「図5」

「図5」は「図6」のように分解して表すことができる。



「図6」のように、原型は零相系「コモンモード」と正相系「ノーマルモード」とに分解することができる。零相系は不平衡系、正相系は平衡系である。これら二つの系は、それぞれ独立した系としてふるまう。独立した系として解析する場合は次のような等価回路として考える。



以上電流について述べたが、電圧についても同様に

$$\begin{cases} V_0 = \frac{1}{2}(V_A + V_B) & (20) \\ V_1 = \frac{1}{2}(V_A + aV_B) & (21) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_A = (V_0 + V_1) & (22) \\ V_B = (V_0 + aV_1) & (23) \end{cases}$$

(20)～(23)は大地に対する値である。

いま、伝送線路 A、B の零相系インピーダンスを  $Z_{0e}$ 、正相系インピーダンスを  $Z_{0a}$  として、それぞれに分布定数回路方程式を当てはめると 次式となる。

$$V_0 = V_{0R} \cosh(\gamma l) + I_{0R} Z_{0e} \sinh(\gamma l) \quad (24)$$

$$I_0 = I_{0R} \cosh(\gamma l) + \frac{V_{0R}}{Z_{0e}} \sinh(\gamma l) \quad (25)$$

$$V_1 = V_{1R} \cosh(\gamma l) + I_{1R} Z_{0a} \sinh(\gamma l) \quad (26)$$

$$I_1 = I_{1R} \cosh(\gamma l) + \frac{V_{1R}}{Z_{0a}} \sinh(\gamma l) \quad (27)$$

(24)～(27)式で  $V_{0R}, I_{0R}, V_{1R}, I_{1R}$  はそれぞれのモードで受端電圧電流を示す。

$V_0, I_0, V_1, I_1$  はそれぞれのモードで送端電圧電流を示す。

$\sinh(\gamma l) \cosh(\gamma l)$  は双曲線関数を表す。

$\gamma$  は伝搬常数である。 $l$  は線路の長さである。

分布結合型方向性結合器は、下図のような4端子分布結合線路である。



「図9」

図示するように、 $I_A \sim I_D$  は端子に流入する電流である。

$V_A, V_B, I_A, I_B$  は (19) (22) (23) を用いることができるが、 $V_C, V_D, I_C, I_D$  は下記のように改めなければならない。

$$V_C = V_A \varepsilon^{j\beta l} = V_{AR} = V_{0R} + V_{1R} \quad (28)$$

$$V_D = V_B \varepsilon^{j\beta l} = V_{BR} = V_{0R} + \alpha V_{1R} \quad (29)$$

$$I_C = -I_A \varepsilon^{j\beta l} = -I_{AR} = -(I_{0R} + I_{1R}) \quad (30)$$

$$I_D = -I_B \varepsilon^{j\beta l} = -I_{BR} = -(I_{0R} + \alpha I_{1R}) \quad (31)$$

(22) 式に (24) (26) 式を代入し、更にこれに (28) 式を用いると

$$V_A = \{ V_{0R} \cosh(\gamma l) + I_{0R} Z_{0e} \sinh(\gamma l) \} + \{ V_{1R} \cosh(\gamma l) + I_{1R} Z_{0a} \sinh(\gamma l) \} \quad (32)$$

$$= (V_{0R} + V_{1R}) \cosh(\gamma l) + (I_{0R} Z_{0e} + I_{1R} Z_{0a}) \sinh(\gamma l) \quad (33)$$

(32) 式の  $I_{0R}, I_{1R}$  を (30) (31) 式の  $I_C, I_D$  を用いて表すと、

(30)+(31) として  $(\alpha + 1) = 0$  を用いれば、

$$I_C + I_D = -2I_{0R} - I_{1R}(\alpha + 1) \quad (34)$$

$$= -2I_{0R} \quad (35)$$

$$\therefore I_{0R} = -\frac{1}{2}(I_C + I_D) \quad (36)$$

(30)-(31) として

$$I_C - I_D = -I_{1R}(\alpha - 1) \quad (37)$$

$$= -2I_{1R} \quad (38)$$

$$I_{1R} = -\frac{1}{2}(I_C - I_D) \quad (39)$$

(28) (36) (39) を (33) 式に代入して  $V_A$  を求める。

$$V_A = V_C \cosh(\gamma l) + \{ Z_{0e}[-\frac{1}{2}(I_C + I_D) + Z_{0a}(-\frac{1}{2}(I_C - I_D))] \sinh(\gamma l) \quad (40)$$

$$= V_C \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2} \{ -I_C(Z_{0e} + Z_{0a}) - I_D(Z_{0e} - Z_{0a}) \} \sinh(\gamma l) \quad (41)$$

$$= V_C \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2}(Z_{0e} + Z_{0a}) \{ -I_C - I_D \frac{Z_{0e} - Z_{0a}}{Z_{0e} + Z_{0a}} \} \sinh(\gamma l) \quad (42)$$

$$= V_C \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2} Z_{00} (-I_C - KI_D) \sinh(\gamma l)$$

$$= V_C \cosh(\gamma l) - \frac{1}{2} Z_{00} (I_C + KI_D) \sinh(\gamma l) \quad (43)$$

ここで、零相モード伝搬定数  $\gamma_u$  と正相モード伝搬定数  $\gamma_n$  とは  $\gamma = \gamma_u = \gamma_n$  であるとしている。

また

$$Z_{00} \equiv Z_{0e} + Z_{0a} \quad (44)$$

$$K \equiv \frac{Z_{0e} - Z_{0a}}{Z_{0e} + Z_{0a}} \quad \text{である。} \quad (45)$$

(23)式から  $V_B$  は

$$V_B = V_0 + a V_1 \quad (23)'$$

$$= V_{0R} \cosh(\gamma l) + I_{0R} Z_{0e} \sinh(\gamma l) + a \{ V_{1R} \cosh(\gamma l) + I_{1R} Z_{0a} \sinh(\gamma l) \} \quad (46)$$

$$= (V_{0R} + a V_{1R}) \cosh(\gamma l) + (I_{0R} Z_{0e} + a I_{1R} Z_{0a}) \sinh(\gamma l)$$

$$= V_D \cosh(\gamma l) + (I_{0R} Z_{0e} + a I_{1R} Z_{0a}) \sinh(\gamma l) \quad (47)$$

$$I_{0R} = -\frac{1}{2}(I_C + I_D)$$

$$I_{1R} = -\frac{1}{2}(I_C - I_D) \quad \text{であるから (47)式は}$$

$$V_B = V_D \cosh(\gamma l) + \left\{ -\frac{1}{2} Z_{0e} (I_C + I_D) - \frac{1}{2} a Z_{0a} (I_C - I_D) \right\} \sinh(\gamma l) \quad (48)$$

$$= V_D \cosh(\gamma l) + \left\{ -\frac{1}{2} (Z_{0e} + a Z_{0a}) I_C - \frac{1}{2} (Z_{0e} - a Z_{0a}) I_D \right\} \sinh(\gamma l) \quad (49)$$

$$= V_D \cosh(\gamma l) + \left\{ -\frac{1}{2} (Z_{0e} - Z_{0a}) I_C - \frac{1}{2} (Z_{0e} + Z_{0a}) I_D \right\} \sinh(\gamma l) \quad (50)$$

$$= V_D \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2} (Z_{0e} + Z_{0a}) \left\{ -\frac{(Z_{0e} - Z_{0a})}{(Z_{0e} + Z_{0a})} I_C - I_D \right\} \sinh(\gamma l) \quad (51)$$

$$= V_D \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2} Z_{00} (-KI_C - I_D) \sinh(\gamma l) \quad (52)$$

$$= V_D \cosh(\gamma l) - \frac{1}{2} Z_{00} (KI_C + I_D) \sinh(\gamma l) \quad (53)$$

端子①から流入する電流  $I_A$  を求める。(25) (27) 式を用いて

$$I_A = I_0 + I_1$$

$$= I_{0R} \cosh(\gamma l) + \frac{V_{0R}}{Z_{0e}} \sinh(\gamma l) + I_{1R} \cosh(\gamma l) + \frac{V_{1R}}{Z_{0a}} \sinh(\gamma l) \quad (54)$$

$$= (I_{0R} + I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \left\{ \frac{V_{0R}}{Z_{0e}} + \frac{V_{1R}}{Z_{0a}} \right\} \sinh(\gamma l) \quad (55)$$

(30)式を用いて

$$= I_C \cosh(\gamma l) + \left\{ \frac{V_{0R}}{Z_{0e}} + \frac{V_{1R}}{Z_{0a}} \right\} \sinh(\gamma l) \quad (56)$$

$V_C, V_D$  を用いて  $V_{0R}, V_{IR}$  を表すと、

(28) (29) 式の和を取ると

$$V_C + V_D = 2V_{0R} + V_{IR}(1+a) \quad (57)$$

$$= 2V_{0R} \quad (58)$$

$$\therefore V_{0R} = \frac{1}{2}(V_C + V_D) \quad (59)$$

(28) (29) 式の差を取ると

$$V_C - V_D = V_{IR} - aV_{IR} \quad (60)$$

$$= 2V_{IR} \quad \therefore a = -1 \quad (61)$$

$$\therefore V_{IR} = \frac{1}{2}(V_C - V_D) \quad (62)$$

(59) (62) 式を (56) 式に代入すると

$$= I_c \cosh(\gamma l) + \left\{ \frac{(V_C + V_D)}{2Z_{0e}} + \frac{(V_C - V_D)}{2Z_{0a}} \right\} \sinh(\gamma l) \quad (63)$$

$$= I_c \cosh(\gamma l) + \left\{ V_C \left( \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{0e}} + \frac{1}{Z_{0a}} \right) \right) + V_D \left( \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{0e}} - \frac{1}{Z_{0a}} \right) \right) \right\} \quad (64)$$

$$= I_c \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2Z_{0e}Z_{0a}} \{ V_C(Z_{0e} + Z_{0a}) + V_D(Z_{0a} - Z_{0e}) \}$$

$$= I_c \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2Z_{0e}Z_{0a}} \{ V_C(Z_{0e} + Z_{0a}) - V_D(Z_{0e} - Z_{0a}) \} \quad (65)$$

$$= I_c \cosh(\gamma l) + \frac{Z_{0e} + Z_{0a}}{2Z_{0e}Z_{0a}} \left\{ V_C - \frac{V_D(Z_{0e} - Z_{0a})}{Z_{0e} + Z_{0a}} \right\} \quad (66)$$

$$= I_c \cosh(\gamma l) + \frac{Z_{0e} + Z_{0a}}{2Z_{0e}Z_{0a}} \{ V_C - V_D K \} \quad (67)$$

ここで

$$\frac{Z_{0e} + Z_{0a}}{2Z_{0e}Z_{0a}} = \frac{Z_{00}}{2Z_{0e}Z_{0a}} \quad (68)$$

$$= \frac{Z_{00}}{2Z_{0e}Z_{0a}} \times \frac{Z_{00}}{Z_{00}} = \frac{Z_{00}^2}{2Z_{0e}Z_{0a}Z_{00}} \quad (69)$$

$$= \frac{(Z_{0e} + Z_{0a})^2}{2Z_{0e}Z_{0a}Z_{00}} = \frac{(Z_{0e} + Z_{0a})^2}{(Z_{0e}Z_{0a} + Z_{0e}Z_{0a})Z_{00}} \quad (70)$$

$$= \frac{(Z_{0e} + Z_{0a})^2}{\left[ \frac{(Z_{0e} + Z_{0a})^2}{2} - \frac{(Z_{0e} - Z_{0a})^2}{2} \right] Z_{00}} \quad (71)$$

$$= \frac{2(Z_{0e} + Z_{0a})^2}{(Z_{0e} + Z_{0a})^2 \left[ 1 - \frac{(Z_{0e} - Z_{0a})^2}{(Z_{0e} + Z_{0a})^2} \right] Z_{00}} \quad (72)$$

$$= \frac{2}{\left[ 1 - \frac{(Z_{0e} - Z_{0a})^2}{(Z_{0e} + Z_{0a})^2} \right] Z_{00}} \quad (73)$$

$$= \frac{2}{(1 - K^2) Z_{00}} \quad (74)$$

(74) 式と (67)式とから

$$I_A = I_c \cosh(\gamma l) + \frac{2}{(1 - K^2) Z_{00}} \{ V_C - V_D K \} \quad (75)$$

端子③に流入する電流  $I_B$  を求める。(19) から、

$$I_B = I_0 + \alpha I_1 \quad (19)'$$

$$= I_{0R} \cosh(\gamma l) + \frac{V_{0R}}{Z_{0e}} \sinh(\gamma l) + \alpha \left\{ I_{1R} \cosh(\gamma l) + \frac{V_{1R}}{Z_{0a}} \sinh(\gamma l) \right\} \quad (76)$$

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \left\{ \frac{V_{0R}}{Z_{0e}} + \frac{\alpha V_{1R}}{Z_{0a}} \right\} \sinh(\gamma l) \quad (77)$$

(77) 式に (59)(62) 式を代入すると、

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \left\{ \frac{V_C + V_D}{2Z_{0e}} + \frac{\alpha(V_C - V_D)}{2Z_{0a}} \right\} \sinh(\gamma l) \quad (78)$$

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2} \left\{ V_C \left( \frac{1}{Z_{0e}} + \frac{\alpha}{Z_{0a}} \right) + V_D \left( \frac{1}{Z_{0e}} - \frac{\alpha}{Z_{0a}} \right) \right\} \sinh(\gamma l) \quad (79)$$

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \frac{1}{2Z_{0e}Z_{0a}} \{ V_C(Z_{0a} - Z_{0e}) + V_D(Z_{0a} + Z_{0e}) \} \sinh(\gamma l) \quad (80)$$

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \frac{(Z_{0a} + Z_{0e})}{2Z_{0e}Z_{0a}} \left\{ V_C \frac{-(Z_{0e} - Z_{0a})}{Z_{0e} + Z_{0a}} + V_D \right\} \sinh(\gamma l) \quad (81)$$

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \frac{(Z_{0a} + Z_{0e})}{2Z_{0e}Z_{0a}} (-V_C K + V_D) \sinh(\gamma l) \quad (82)$$

(66)(74)式を用いて

$$= (I_{0R} + \alpha I_{1R}) \cosh(\gamma l) + \frac{2}{(1 - K^2) Z_{00}} (-V_C K + V_D) \sinh(\gamma l) \quad (83)$$

(31)式から  $I_D = -(I_{0R} + \alpha I_{1R})$  であるから、これを (83) 式に用いると、

$$\begin{aligned} &= -I_D \cosh(\gamma l) + \frac{2}{(1 - K^2) Z_{00}} (-V_C K + V_D) \sinh(\gamma l) \\ &= -I_D \cosh(\gamma l) - \frac{2}{(1 - K^2) Z_{00}} (V_C K - V_D) \sinh(\gamma l) \end{aligned} \quad (84)$$

以上を整理すると

$$V_A = V_C \cosh(\gamma l) - \frac{Z_{00}}{2} (I_C + K I_D) \sinh(\gamma l) \quad (85)$$

$$V_B = V_D \cosh(\gamma l) - \frac{Z_{00}}{2} (K I_C + I_D) \sinh(\gamma l) \quad (86)$$

$$I_A = I_C \cosh(\gamma l) + \frac{2}{(1-K^2)}(V_C - KV_D)\sinh(\gamma l) \quad (87)$$

$$I_B = -I_D \cosh(\gamma l) - \frac{2}{(1-K^2)}(V_C K - V_D)\sinh(\gamma l) \quad (88)$$

「図7」「図8」「図9」から送端インピーダンスは

零相系送端インピーダンス $Z_{CS}$ は

$$Z_{CS} = \frac{V_0}{2I_0} \quad (89)$$

$$Z_{NS} = \frac{2V_1}{I_1} \quad (90)$$

$Z_{CS}$ 、 $Z_{NS}$ を用いた、端子(A)(B)から見た対称分電圧  $V_0$   $V_1$ は

$$V_0 = \frac{1}{2}(V_A + V_B) = Z_{CS}I_0 = Z_{CS} \frac{I_A + I_B}{2} \quad (91)$$

$$V_1 = \frac{1}{2}(V_A + \alpha V_B) = Z_{NS}I_1 = Z_{NS} \frac{I_A + \alpha I_B}{2} \quad (92)$$

$V_A$ 、 $V_B$ を求め。

(91) (92)から

$$\frac{1}{2}(V_A + V_B) = Z_{CS} \frac{I_A + I_B}{2} \quad (93)$$

$$\frac{1}{2}(V_A + \alpha V_B) = Z_{NS} \frac{I_A + \alpha I_B}{2} \quad (94)$$

$$(V_A + V_B) = Z_{CS}(I_A + I_B) \quad (95)$$

$$(V_A + \alpha V_B) = Z_{NS}(I_A + \alpha I_B) \quad (96)$$

(95)+(96)とすると

$$2V_A + V_B(1 + \alpha) = I_A(Z_{CS} + Z_{NS}) + I_B(Z_{CS} + \alpha Z_{NS}) \quad (97)$$

$\alpha = -1$  であるから

$$2V_A = I_A(Z_{CS} + Z_{NS}) + I_B(Z_{CS} - Z_{NS})$$

$$V_A = \frac{I_A}{2}(Z_{CS} + Z_{NS}) + \frac{I_B}{2}(Z_{CS} - Z_{NS}) \quad (98)$$

(95)-(96)とすると

$$V_B(1 - \alpha) = I_A(Z_{CS} - Z_{NS}) + I_B(Z_{CS} - \alpha Z_{NS})$$

$$\therefore V_B = \frac{I_A}{2}(Z_{CS} - Z_{NS}) + \frac{I_B}{2}(Z_{CS} + Z_{NS}) \quad (99)$$

(99)式から $I_A$ を求め、(98)式に代入する。

$$I_A = \frac{2V_B - I_B(Z_{CS} + Z_{NS})}{Z_{CS} - Z_{NS}} \quad (100)$$

$$V_A = \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})\{2V_B - I_B(Z_{CS} + Z_{NS})\}}{2(Z_{CS} - Z_{NS})} + \frac{I_B}{2}(Z_{CS} - Z_{NS}) \quad (101)$$

$$= \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})}{(Z_{CS} - Z_{NS})} V_B + \frac{1}{2} \left\{ (Z_{CS} - Z_{NS}) - \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})^2}{(Z_{CS} - Z_{NS})} \right\} I_B \quad (102)$$



$$= \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})}{(Z_{CS} - Z_{NS})} V_B + \frac{1}{2} \left\{ \frac{(Z_{CS} - Z_{NS})^2 - (Z_{CS} + Z_{NS})^2}{Z_{CS} - Z_{NS}} \right\} I_B \quad (103)$$

$$= \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})}{(Z_{CS} - Z_{NS})} V_B - \frac{1}{2} \left\{ \frac{4Z_{CS}Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} \right\} I_B \quad (104)$$

$$\therefore V_A = \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})}{(Z_{CS} - Z_{NS})} V_B - \frac{2Z_{CS}Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} I_B \quad (105)$$

(100)式から

$$I_A = \frac{2V_B - I_B(Z_{CS} + Z_{NS})}{Z_{CS} - Z_{NS}} \quad (100)'$$

$$= \frac{2}{Z_{CS} - Z_{NS}} V_B - \frac{(Z_{CS} + Z_{NS})}{Z_{CS} - Z_{NS}} I_B \quad (106)$$

まとめると

$$V_A = \frac{Z_{CS} + Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} V_B - \frac{2Z_{CS}Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} I_B \quad (107)$$

$$I_A = \frac{2}{Z_{CS} - Z_{NS}} V_B - \frac{Z_{CS} + Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} I_B \quad (108)$$

(107)(108)をマトリックスで表すと

$$\begin{pmatrix} V_A \\ I_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_{CS} + Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} & \frac{2Z_{CS}Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} \\ \frac{2}{Z_{CS} - Z_{NS}} & \frac{Z_{CS} + Z_{NS}}{Z_{CS} - Z_{NS}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_B \\ -I_B \end{pmatrix} \quad (109)$$

$$= \frac{1}{Z_{CS} - Z_{NS}} \begin{pmatrix} Z_{CS} + Z_{NS} & 2Z_{CS}Z_{NS} \\ 2 & Z_{CS} + Z_{NS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_B \\ -I_B \end{pmatrix} \quad (110)$$

方向性結合器は端子①から端子③に向かって通過する電力の一部を端子②にとりだすもので、端子②に現れる電力はゼロである。

従って、端子②の電圧  $V_D$ ,  $I_D$  はゼロでなければならない。

(86) (88) 式で  $V_D=0$ ,  $I_D=0$  置けば

$$V_B = - \frac{Z_{00}}{2} K I_C \sinh(\gamma l) \quad (111)$$

$$I_B = - \frac{2}{(1-K^2)Z_{00}} V_C K \sinh(\gamma l) \quad (112)$$

となる。

「図9」に示すよう各端子において、電流は流入するように仮定されている。また、実際の方向性結合器では、②③各端子は整合インピーダンス  $Z_B, Z_C$  が接続されている。

②③各端子には電源は接続されないから、電流はこれら端子から流出する方向となる。従って  $Z_B, Z_C$  は

$$Z_B = - \frac{V_B}{I_B} \quad (113)$$

$$Z_C = - \frac{V_C}{I_C} \quad (114)$$

(111)(112)(113)(114)式から

$$Z_B = - \frac{\frac{Z_{00}}{2} K I_C \sinh(\gamma l)}{- \frac{2}{(1-K^2)Z_{00}} V_C K \sinh(\gamma l)} \quad (115)$$

$$= \frac{Z_{00}(1-K^2)}{4} \times \frac{I_C}{V_C} \quad (116)$$

$$= \frac{(1-K^2)Z_{00}}{4Z_C} \quad (117)$$

$$\therefore Z_B Z_C = \frac{(1-K^2)Z_{00}}{4} \quad (118)$$

$Z_B, Z_C$ は端子③④の外部回路の特性インピーダンス  $Z_0$  に等しくしてあるから、  
 $Z_B = Z_C = Z_0$  として

$$Z_B Z_C = Z_0^2 = \frac{(1-K^2)Z_{00}^2}{4} \quad (119)$$

従って、

$$Z_0 = \frac{\sqrt{(1-K^2)} Z_{00}}{2} \quad (120)$$

$V_A$  と  $V_B$  との比を求める。

(85)(111) 式から

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_C \cosh(\gamma l) - \frac{Z_{00}}{2} I_C \sinh(\gamma l)}{- \frac{Z_{00}}{2} K I_C \sinh(\gamma l)} \quad (121)$$

$$= - \frac{2(-Z_C) \cosh(\gamma l)}{Z_{00} K \sinh(\gamma l)} + \frac{1}{K} \quad (122)$$

方向性結合器を構成する結合ストリップラインに損失がなければ  $\gamma = J\beta$  とみなせるから(122)式は

$$\frac{V_A}{V_B} = - \frac{2(-Z_C) \cosh(J\beta l)}{Z_{00} K \sinh(J\beta l)} + \frac{1}{K} \quad (123)$$

$$= \frac{2Z_C \cos(\beta l)}{Z_{00} K J \sin(\beta l)} + \frac{1}{K} \quad (124)$$

$$= -J \frac{2Z_C}{Z_{00} K} \cot(\beta l) + \frac{1}{K} \quad (125)$$

ここで  $\cosh(J\beta l) = \cos(\beta l)$  (126)

$\sinh(J\beta l) = J \sin(\beta l)$  (127)

(119) の  $Z_C, Z_0$  の関係から (125) 式は

$$\begin{aligned} \frac{V_A}{V_B} &= -J \frac{\frac{\sqrt{1-K^2} Z_{00}}{2}}{Z_{00} K} \cot(\gamma l) + \frac{1}{K} \\ &= -J \frac{\sqrt{1-K^2}}{K} \cot(\beta l) + \frac{1}{K} \end{aligned} \quad (128)$$

また、ここで  $\frac{V_A}{V_C}$  を求める

$$\frac{V_A}{V_C} = \frac{V_C \cosh(\gamma l) - \frac{Z_{00}}{2} I_C \sinh(\gamma l)}{V_C} \quad (129)$$

$$= \cosh(\gamma l) - \frac{Z_{00} I_C}{2 V_C} \sinh(\gamma l) \quad (130)$$

$$= \cosh(\gamma l) - \frac{Z_{00}}{2(-Z_C)} \sinh(\gamma l) \quad (131)$$

$\gamma = j\beta$  が成立するから

$$= \cos(\beta l) - \frac{j Z_{00}}{\frac{-\sqrt{1-K^2} Z_{00}}{2}} \sin(\beta l) \quad (132)$$

$$= \cos(\beta l) + j \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} \sin(\beta l) \quad (133)$$

以上をまとめると

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{K} - j \frac{\sqrt{1-K^2}}{K} \cot(\beta l) \quad (134)$$

$$\frac{V_A}{V_C} = \cos(\beta l) + j \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} \sin(\beta l) \quad (135)$$

ここで  $\beta l = \frac{\pi}{2}$  の場合を考える。 (136)

(136) の  $\beta$  を (134) (135) に用いると、

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{K} - j \frac{\sqrt{1-K^2}}{K} \cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{K} \quad (137)$$

$$\frac{V_A}{V_C} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = j \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} \quad (138)$$

(137) (141) 式で  $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$  となるように選べば

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{K} = \sqrt{2} \quad (140)$$

$$\frac{V_A}{V_C} = j \frac{1}{\sqrt{1-K^2}} = j \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{2}}} = j\sqrt{2} \quad (141)$$

(140) (141) は、ポート①からの入力はポート②に振幅  $1/\sqrt{2}$ 、ポート③に振幅  $1/\sqrt{2}$ 、位相が90度遅れて分配されることを示している。

また、このことは ②に同相で電力1/2、③に電力1/2、位相が90度遅れて分配されることを示す。

すなわち3dBカップラーである。

$K = \frac{1}{2}$  を (120) 式に代入すると

$$Z_0 = Z_B = Z_C = \frac{\sqrt{1-K^2} Z_{00}}{2} \quad (142)$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{2}} Z_{00}}{2} \quad (143)$$

$$= \frac{Z_{00}}{2\sqrt{2}} \quad (144)$$

3dB coupler の条件は

$$K = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (145)$$

$$Z_0 = \frac{Z_{00}}{2\sqrt{2}} \quad (146)$$

$$\beta l = \frac{\pi}{2} \text{ [rad]} \quad (147)$$

(142)式に(44)(45)式を代入すると、

$$Z_0 = Z_B = Z_C = \frac{\sqrt{1 - K^2} Z_{00}}{2} \quad (148)$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{Z_{0e} - Z_{0a}}{Z_{0e} + Z_{0a}}\right)^2}}{2} (Z_{0e} + Z_{0a}) \quad (149)$$

$$= \frac{\sqrt{(Z_{0e} + Z_{0a})^2 - (Z_{0e} - Z_{0a})^2}}{2} \quad (150)$$

$$= \frac{\sqrt{Z_{0e}^2 + 2Z_{0e}Z_{0a} + Z_{0a}^2 - (Z_{0e}^2 - 2Z_{0e}Z_{0a} + Z_{0a}^2)}}{2} \quad (151)$$

$$= \frac{\sqrt{4Z_{0e}Z_{0a}}}{2} \quad (152)$$

$$\therefore Z_0 = \sqrt{Z_{0e}Z_{0a}} \quad (153)$$

$Z_0$  は50[Ω]であるから、(153)式の両辺を自乗して

$$Z_0^2 = 50^2 = Z_{0e}Z_{0a} \quad (154)$$

$$\therefore Z_{0e} = \frac{50^2}{Z_{0a}} \quad (155)$$

(155)式を(45)式に代入する

$$K = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{50^2}{Z_{0a}} - Z_{0a}}{\frac{50^2}{Z_{0a}} + Z_{0a}} = \frac{50^2 - Z_{0a}^2}{50^2 + Z_{0a}^2} \quad (156)$$

$$50^2 + Z_{0a}^2 = \sqrt{2} (50^2 - Z_{0a}^2)$$

$$Z_{0a}^2 (1 + \sqrt{2}) = 50^2 (\sqrt{2} - 1)$$

$$\therefore Z_{0a}^2 = 50^2 \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \quad (157)$$

$$= 428.9322$$

$$\therefore Z_{0a} = 20.71 \quad [\Omega] \quad (158)$$

(158) (155)式とから

$$Z_{0e} = \frac{50^2}{Z_{0a}} = \frac{2500}{20.71} = 120.71 \quad [\Omega] \quad (159)$$

3dB coupler の諸元

$$K = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Z_0 = 50 \quad [\Omega]$$

$$Z_{0e} = 120.71 \quad [\Omega] \quad (\text{零相系特性インピーダンス})$$

$$Z_{0a} = 20.71 \quad [\Omega] \quad (\text{正相系特性インピーダンス})$$

$$Z_B = Z_C = 50 \quad [\Omega]$$

$Z_{0e}$   $Z_{0a}$  はマイクロストリップラインで構成する。

結合減衰量  $\Gamma_c$  (dB) 20 dB の場合の諸元

$$\Gamma_C = 10^{\frac{20}{20}} = 10 \quad (160)$$

(140)(141)式に (160)式を用いると

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{K} = 10 \quad (161)$$

$$\frac{V_A}{V_C} = J \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^2}} = J \frac{10}{\sqrt{1 - \frac{1}{100}}} = J \frac{10}{\sqrt{99}} = J1.0050 \quad (162)$$

(161)式を(45)式に代入する

$$K = \frac{1}{10} = \frac{\frac{50^2}{Z_{0a}} - Z_{0a}}{\frac{50^2}{Z_{0a}} + Z_{0a}} = \frac{50^2 - Z_{0a}^2}{50^2 + Z_{0a}^2} \quad (163)$$

$$50^2 + Z_{0a}^2 = 10 (50^2 - Z_{0a}^2)$$

$$Z_{0a}^2 (1 + 10) = 50^2 (10 - 1)$$

$$\therefore Z_{0a}^2 = 50^2 \frac{10 - 1}{10 + 1}$$

$$= 2045.4545 \quad (164)$$

$$\therefore Z_{0a} = 45.2267 \quad [\Omega] \quad (165)$$

(165) (155)式とから

$$Z_{0e} = \frac{50^2}{Z_{0a}} = \frac{2500}{45.2267} = 55.2770 \quad [\Omega] \quad (159)$$

まとめると、20dB coupler の諸元

$$K = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Z_0 = 50 \quad [\Omega]$$

$$Z_{0e} = 55.2770 \quad [\Omega] \quad (\text{零相系特性インピーダンス})$$

$$Z_{0a} = 45.2267 \quad [\Omega] \quad (\text{正相系特性インピーダンス})$$

$$Z_B = Z_C = 50 \quad [\Omega]$$

$Z_{0e}$   $Z_{0a}$  はマイクロストリップラインで構成する。

以上の特性を持つ方向性結合器は下記1, 2, 3 をもって構成する。

1. 分布結合部分は電気長90度の長さとする。
2.  $Z_{0e}$ ,  $Z_{0a}$  を実現するマイクロストリップ部分を構成する。
3.  $Z_{0e}$ ,  $Z_{0a}$ , と外部回路とのインピーダンス整合部を付加する。

しかし、この構成は電気長90度と言う条件が入っているから、本質的に狭帯域である。広帯域化は、以上に述べた方向性結合器を単位構成として、多段構成することによって得られる。

#### 参考文献

- |           |      |       |   |
|-----------|------|-------|---|
| 東芝 岩田氏    | 書簡   |       |   |
| マイクロ波電子回路 | 共立出版 | 谷口慶治  | 著 |
| マイクロ波回路   | オーム社 | 林週一   | 著 |
| 対称座標法     | 啓学出版 | 前川幸一郎 | 著 |
| 電力系統      | 昭晃堂  | 林 泉   | 著 |
| 通信線路伝送理論  | 通信学会 | 小林夏雄  | 著 |