

ATT、Pre-Amp、SpectrumAnalyzer からなる測定系の総合雑音指数について

芦川試験所 小林武信

低レベル信号測定システムでは、SNRを改善する目的で、空中線と測定用受信機との間にPre-Ampを付加することが多い。更に、広帯域空中線は帯域全域に渡って良好なSWR特性を得ることが難しいために、空中線出力とPre-Ampの間にATT(減衰器)を挿入して、空中線のSWR劣化が測定系に与える影響を軽減させている。

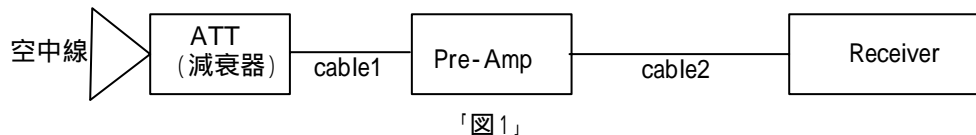
ATT(減衰器)を使用することによって、空中線を含む測定系のSWRは改善されるが、信号レベルが低下することによってSNRは劣化し、測定誤差が発生する。

これらの問題について検討する。

- (1)ATT、Pre-Amp、測定用受信機(Spectrum Analyzer)からなる測定系統の総合雑音指数を求める。
- (2)測定用受信機(Spectrum Analyzer)単独のSNR(信号対雑音比)を求める。
- (3)Pre-Ampを付加した場合の総合SNRを求める。
- (4)ATT、Pre-Amp、測定用受信機からなる測定系のSNRを求める。

[1] 「図1」のようなATT、Pre-Amp、測定用受信機からなる測定系の総合雑音指数を求める。

cable1, cable2 の減衰量は無視出来る量として考慮しない。



1) ATTの雑音指数 F_{att}



ATTの入出力端を整合抵抗 R_0 で終端したとき、出力側終端抵抗に供給される有能雑音電力 N_a は

$$N_a = k T_0 \quad (1)$$

ここに k : ボルツマン定数 $1.38 \times 10^{-23} [J/K]$

T_0 : R_0 の絶対温度

一方、ATTの入力整合抵抗 R_0 に生ずる有能雑音電力も $k T_0$ である。これはATTによって、減衰を受ける。

これを N_a' とすると、

$$N_a' = \frac{k T_0}{\Gamma} \quad (2)$$

従って、ATTで発生する、正味の有能雑音電力 N_a は

$$N_a = N_a - N_a' \quad (3)$$

(1)、(2)式を(3)式に代入すると

$$N_a = k T_0 \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) \quad (4)$$

従ってATTの雑音指数 F_{att} は、雑音指数の定義に従って

$$F_{att} = \frac{ATT \text{ output SNR}}{ATT \text{ input SNR}} \quad (5)$$

$$F_{att} = \frac{\left(\frac{S_i}{N_i}\right)}{\left(\frac{\left(\frac{S_i}{\Gamma}\right)}{k T_0 \left(1 - \frac{1}{\Gamma}\right)}\right)} = \frac{k T_0 \left(1 - \frac{1}{\Gamma}\right) \left(\frac{S_i}{N_i}\right)}{\left(\frac{S_i}{\Gamma}\right)} \quad (6)$$

$$= \frac{k T_0 (\Gamma - 1)}{N_i} \quad (7)$$

ここで、 $N_i = N_a$ であるから、

$$F_{att} = \Gamma - 1 \quad (8)$$

減衰量が大きいATTの場合、ATTの雑音指数は減衰量に等しくなる。

2) Pre-Amp の雑音指数 F_{pre}

Pre-Ampの利得を G_{pre} 、信号出力を S_{pre} 、雑音出力を N_{pre} とする。

Pre-Amp の信号入力を S_i 、雑音入力を N_i とすると、

$$S_{pre} = S_i G_{pre} \quad (9)$$

$$N_{pre} = N_i G_{pre} + N_p' \quad (10)$$

ここに、 N_p' : Pre-Ampの内部で発生した雑音

従って、Pre-Amp の雑音指数 F_{pre} は、

$$F_{pre} = \frac{\left(\frac{S_i}{N_i}\right)}{\left(\frac{S_i G_{pre}}{N_i G_{pre} + N_p'}\right)} \quad (11)$$

$$= \frac{N_i G_{pre} + N_p'}{N_i G_{pre}} \quad (12)$$

$$= 1 + \frac{N_p'}{N_i G_{pre}} \quad (13)$$

(13)式から、Pre-Ampの内部で発生する雑音 N_p' は

$$N_p' = (F_{pre} - 1) N_i G_{pre} \quad (14)$$

3) 測定用受信機(Spectrum Analyzer等)の雑音指数 F_{rc}

測定用受信機等の利得を G_{rc} 、信号出力を S_{rc} 、雑音出力を N_{rc} とすると、(11)、(12)、(13)式と同様にして、

$$F_{rc} = \frac{N_i G_{rc} + N_{rc}'}{N_i G_{rc}} \quad (15)$$

$$= 1 + \frac{N_{rc}'}{N_i G_{rc}} \quad (16)$$

従って、測定用受信機の内部で発生する雑音 N_{rc}' は、

$$N_{rc}' = (F_{rc} - 1) N_i G_{rc} \quad (17)$$

4) ATT、Pre-Amp、測定用受信機等からなる測定系の総合雑音指数 F_t

測定系に組み込まれている測定用受信機等の信号出力レベル S_{RC} は、測定系の入力信号レベルを S_i とすると、

$$S_{RC} = S_i \left(\frac{1}{\Gamma} \right) G_{pre} G_{RC} \quad (18)$$

$$= \frac{S_i G_{pre} G_{RC}}{\Gamma} \quad (19)$$

測定用受信機の雑音出力レベル N_{RC} は、

$$N_{RC} = \left[\left\{ N_i \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) G_{pre} + N_p \right\} G_{RC} + N_{RC}' \right] \quad (20)$$

(20)式に(14)、(15)式を代入すると、

$$N_{RC} = \left[\left\{ N_i \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) G_{pre} + (F_{pre} - 1) N_i G_{pre} \right\} G_{RC} + (F_{RC} - 1) N_i G_{RC} \right] \quad (21)$$

$$= \left[\left\{ \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) + (F_{pre} - 1) \right\} G_{pre} + (F_{RC} - 1) \right] G_{RC} N_i \quad (22)$$

総合雑音指数 F_t は、雑音指数の定義から

$$F_t = \frac{\left(\frac{S_i}{N_i} \right)}{\left(\frac{S_{RC}}{N_{RC}} \right)} \quad (23)$$

(23)式に(19)、(22)式を代入する。

$$F_t = \frac{\left(\frac{S_i}{N_i} \right)}{\left(\frac{\left(\frac{S_i G_{pre} G_{RC}}{\Gamma} \right)}{\left[\left\{ \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) + (F_{pre} - 1) \right\} G_{pre} + (F_{RC} - 1) \right] G_{RC} N_i} \right)} \quad (24)$$

$$= \frac{\left[\left\{ \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) + (F_{pre} - 1) \right\} G_{pre} + (F_{RC} - 1) \right] G_{RC} \Gamma}{G_{pre} G_{RC}} \quad (25)$$

$$= (\Gamma - 1) + \Gamma(F_{pre} - 1) + \frac{\Gamma(F_{RC} - 1)}{G_{pre}} \quad (26)$$

(26)式に於いて 1 が成立するときには、次のようになる。

$$F_t \cong \Gamma \left[F_{pre} + \frac{F_{RC} - 1}{G_{pre}} \right] \quad (27)$$

5) Pre-Amp, ATT が無いときの測定用受信機(Spectrum Analyzer)のSNR

Spectrum Analyzer の仕様、入力信号レベル等を次のとおりとする。

雑音指数(noise figure)	F_{spa}	: 28 [dB]
分解能帯域幅(RBW)	B	: 1 [MHz]
周囲温度	T_o	: 20 []
入力信号レベル	S_i	: -80 [dBm]

(1) Spectrum Analyzer の入力端子に換算したノイズレベル N_{spai}

$$\begin{aligned}
 N_{spai} &= kT_0 B F_{spa} && (28) \\
 &= 1.38 \times 10^{-23} \times 293 \times 10^6 \times 10 \left(\frac{28}{10} \right) = 2.55121292667121 \times 10^{-12} \\
 &\approx 2.5512 \times 10^{-12} && [W] \\
 &= -115.9325 && [dBW] \\
 &= -85.9325 && [dBm] && (29)
 \end{aligned}$$

(2) Spectrum Analyzer の入力端での信号帯雑音比 (SNR)

$$S_i = -80 \quad [dBm]$$

$$N_{spai} = -85.9325 \quad [dBm]$$

$$\therefore SNR = S_i - N_{spai} = -80 - (-85.9325) \quad (30)$$

$$= -80 - (-85.9325)$$

$$= 5.9325 \quad [dB] \quad (31)$$

このSNRは純粋な信号対雑音比を表している。実際の測定では、信号とノイズとは分離することは出来ないで、信号とノイズの合成されたものを信号と見ている。

実際に測定されるSNRは次のようになる。

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{S_i + N_{spai} + 2C\sqrt{S_i N_{spai}}}{N_{spai}} \right) \quad (32)$$

ここに C は S_i 、 N_{spai} 間の相関係数である。2者は独立事象であるから $C=0$ である。

従って、Spectrum Analyzer のディスプレイ上のSNRは次のようになる

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{S_i + N_{spai}}{N_{spai}} \right) \quad (33)$$

(33)式に数値を代入すると

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{10 \left(\frac{-80}{10} \right) + 10 \left(\frac{-85.9325}{10} \right)}{10 \left(\frac{-85.9325}{10} \right)} \right) \quad (34)$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{10^{-8} + 2.5512 \times 10^{-9}}{2.5512 \times 10^{-9}} \right)$$

$$= 10 \log_{10}(4.9197)$$

$$= 6.9194 \quad [dB] \quad (35)$$

Spectrum Analyzer 上では、ノイズの影響を受け、信号レベルは実際よりも 0.986 [dB] 高く表示される。

ノイズフロアと同一レベルの信号は、ノイズフロアよりも電力比で3dB高く表示される事に注意しなければならない。

6) Pre-Amp がある場合の信号対雑音比 SNR_{pre}

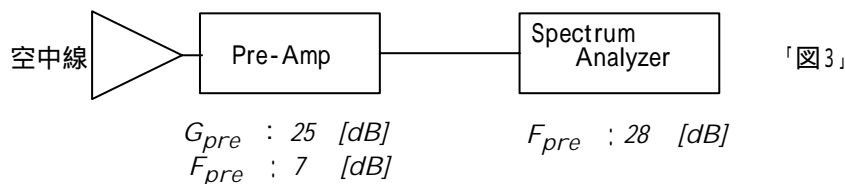
Spectrum Analyzer の仕様は前項と同じとする。

Pre-Ampの仕様

$$\text{利得} \quad G_{pre} : 25 \quad [dB]$$

$$\text{雑音指数} \quad F_{pre} : 7 \quad [dB]$$

「図3」の系統について考察する。



「図3」の示す系統の総合雑音指数 F_{t1} は

$$F_{t1} = F_{pre} + \frac{F_{spa} - 1}{G_{pre}} \quad (36)$$

$$= 10\left(\frac{7}{10}\right) + \frac{10\left(\frac{28}{10}\right) - 1}{10\left(\frac{25}{10}\right)}$$

$$= 5.0118 + \frac{630.9573 - 1}{316.2277} =$$

$$\therefore F_{t1} = 7.0039 \quad (37)$$

$$= 8.4534 \quad [dB] \quad (38)$$

「図3」のように、Spectrum Analyzerの入力にpre-Ampを付加することによって、Spectrum Analyzer単体では28[dB]あった雑音指数 F_{spa} は、測定系統の総合雑音指数として見ると、8.45[dB]に改善された。

Pre-Amp入力端に換算したノイズレベル N_{prei} は、 F_{t1} を用いて

$$N_{prei} = k T_o B F_{t1} \quad (39)$$

$$= 1.38 \times 10^{-23} \times 293 \times 10^6 \times 7.0039$$

$$= 2.8319 \times 10^{-14} \quad [W] \quad (40)$$

$$= -135.4792 \quad [dBW] \quad (41)$$

$$= -105.4792 \quad [dBm] \quad (42)$$

真の信号対雑音比 SNR_0 は

$$SNR_0 = \frac{S_i}{N_{prei}}$$

$$= S_i[dB] - N_{prei}[dB]$$

$$= -80 - (-105.4792)$$

$$= 25.4792 \quad [dB] \quad (43)$$

Spectrum Analyzerのディスプレイ上で実際に測定される信号対雑音比 SNR_{dsp} は

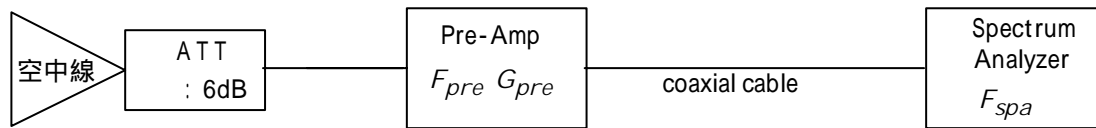
$$SNR_{dsp} = 10 \log_{10} \left(\frac{S_i + N_{prei}}{N_{prei}} \right) \quad (44)$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{1 \times 10^{-11} + 2.8319 \times 10^{-14}}{2.8319 \times 10^{-14}} \right)$$

$$= 25.4915 \quad [dB] \quad (45)$$

(43)式の SNR_0 と(45)式の SNR_{dsp} との差は、0.012 [dB]である。すなわち、Pre-Ampを使うことによって、SNRを確保することが出来、測定の精度を大幅に向上させることが出来る。

7) ATTがある場合の信号対雑音比 SNR_{att}



「図4」

「図4」の系統について考察する。

「図4」の系統の総合雑音指数 F_{t2} は(25)式から、

$$F_{t2} = (\Gamma - 1) + \Gamma(F_{pre} - 1) + \frac{\Gamma(F_{pre} - 1)}{G_{pre}} \quad (25)'$$

Pre-Amp、Spectrum Analyzerの仕様は前項、前々項と同じとする。

(25)'式に数値を代入して F_{t2} を求める

$$F_{t2} = \left\{ 10^{\left(\frac{6}{10}\right)} - 1 \right\} + \left[10^{\left(\frac{6}{10}\right)} \left\{ 10^{\left(\frac{7}{10}\right)} - 1 \right\} \right] + \left[\frac{10^{\left(\frac{6}{10}\right)} \left\{ 10^{\left(\frac{28}{10}\right)} - 1 \right\}}{10^{\left(\frac{25}{10}\right)}} \right]$$

$$= 25.8833 \quad (46)$$

$$= 14.1302 \quad [dB] \quad (47)$$

Pre-Amp 使用時(ATTなし)の総合雑音比 $F_{t1} = 8.54 [dB]$ であるから、ATT を接続することによって、ちょうどATTの減衰量だけ、総合雑音指数が劣化していることが、判明した。

ATT入力端に換算したノイズレベル N_i

$$N_i = k T_o B F_{t2} \quad (48)$$

$$= 1.38 \times 10^{-23} \times 293 \times 10^6 \times 25.8833 = 1.0465653522 \times 10^{-13}$$

$$= 1.0466 \times 10^{-13} \quad [W]$$

$$= -129.8023 \quad [dBW]$$

$$= -99.8023 \quad [dBm] \quad (49)$$

真の SNR_o は

$$SNR_o = -80 - (-99.8023)$$

$$= 19.8023 \quad [dB] \quad (50)$$

(43)式と比べると 5.67[dB] 劣化している。6[dB]のATTを接続することによって、およそATTの減衰量だけSNRが劣化する。

Spectrum Analyzer のディスプレイ上から測定するSNRは SNR_{ft2} とすると

$$SNR_{ft2} = 10 \log_{10} \left\{ \frac{S_i + N_i}{N_i} \right\} \quad (51)$$

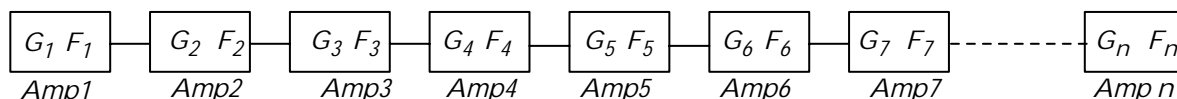
$$= 10 \log_{10} \left\{ \frac{1 \times 10^{-11} + 1.0455 \times 10^{-13}}{1.0445 \times 10^{-13}} \right\}$$

$$= 19.8559 \quad [dB] \quad (52)$$

Spectrum Analyzer のディスプレイ上で実際に測定されるSNRについても、(45)式と(52)式とを比べると ほぼATTの減衰量だけSNRが劣化していることが判明する。

以上をまとめると

1. (26)、(27)式が示すように、初段増幅器の雑音指数がそのまま総合雑音指数に加わるから、システムで、最初に信号を受ける増幅器、すなわち初段増幅器の雑音指数は出来るだけ低い値のものを選定する。
2. 更に、増幅器の利得が計算式の分母にあるから、初段増幅器の利得は大きいほど総合雑音指数は低くなる。
3. アンテナと Pre-Amp との間、増幅器間に入れる、SWR改善用の減衰器は、減衰量が雑音指数に等しいから、システムのSNRだけを考えると、減衰量は低いほど良い。
4. 多段増幅器の総合雑音指数は次のようになる。



上システムの総合雑音指数 F_t は

$$F_t = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3 G_4} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 G_3 G_4 \dots G_n} \quad (53)$$

前段の雑音指数程、利得程総合雑音指数への寄与割合が高い。

5. 段間に減衰器を使用した場合は

$Amp 1 \Rightarrow \Gamma_1$ 、 $Amp 3 \Rightarrow \Gamma_3$ 、 $Amp 5 \Rightarrow \Gamma_5$ のように、 $Amp 1 \sim Amp 5$ が、減衰器 $\Gamma_1 \sim \Gamma_5$ に変わった場合は総合雑音指数 $F_{t\Gamma}$ は

$$F_{t\Gamma} = \Gamma_1 + \Gamma_1(F_2 - 1) + \Gamma_1 \frac{(\Gamma_3 - 1)}{G_2} + \Gamma_1 \Gamma_3 \frac{(F_4 - 1)}{G_2} + \Gamma_1 \Gamma_3 \Gamma_5 \frac{(\Gamma_5 - 1)}{G_2 G_4} + \dots \quad (54)$$

参考資料

高周波・マイクロ波測定	大森俊一 他著	コロナ社
放送用SHF受信機的设计	小西良弘 著	電子科学シリーズ (株)産報
不規則性信号と雑音の理論	滝保夫 訳	好学社 McGRAW-HILL Wilbur B. Davenport, Jr
雑音	関 英男 著	岩波全書