

静止放送衛星は静止しているか

芦川試験所 小林武信

改訂1 2010/08/20

皆さんがBS放送を受信するとき、BS受信用パラボラアンテナは、南西方向の仰角約38度の空に向けていると思います。この状態で、いつもBS放送を受信できるという事は、BS放送電波を放射している放送衛星が、地球から見て常に同じ位置に静止して見えているということです。地球から見て、常に静止して見えていることから、静止衛星といいます。この静止衛星は、実は静止してはいないのです。地球の自転速度と同じ速度で同期して回っているから、地球から見ると、静止しているように見えるだけなのです。

人工衛星は、地球の周りを回ることによる遠心力と、地球の引力とが平衡する公転半径で、地球の周りを回ります。地上からの高度が低い人工衛星の公転周期は短く、地上からの高度が高い人工衛星の公転周期は、長くなります。

このことは、人工衛星が地球の自転速度と同期して公転し、静止衛星となるためには、ある特定の地上高が存在する事を意味します。衛星の高度と公転周期とは次ぎに示すケプラーの第3法則によって正確に求めることが出来ます。

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu}(r+H)^3 \quad (1)$$

ここに T : 衛星の公転周期 : sec

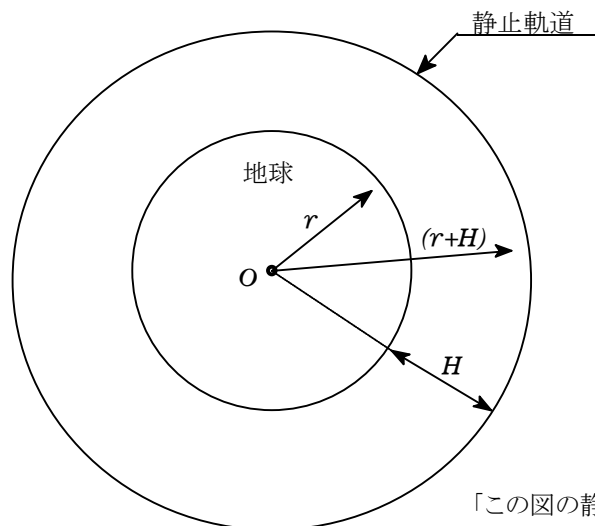
μ : ケプラーの定数 : $3.98603 \times 10^{14} [m^3/S^2]$

r : 地球の半径 : $6378140[m]$

H : 地上高 : m

(1)式の右辺第2因子 $(r+H)$ は、地球中心 O から静止衛星軌道までの距離を示します。まず $(r+H)$ を計算します。地球の自転周期 T は、 $T = 23$ 時間56分03.84秒 = 23.9344 時間なので、これを秒に変換すると、

$$T = 23.9344 \times 60 \times 60 = 86163.84 \quad [sec] \quad (2)$$



r : 地球の半径

$r+H$: 静止軌道半径

H : 静止衛星地上高

O : 地球の中心

「この図の静止軌道半径と、地球の半径との比は、実際のものとは異なります。」

(1)式を変形して、

$$(r+H) = \left\{ \frac{\mu T^2}{4\pi^2} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

(2)式の時間を秒に変換した値を(3)式に代入すると、

$$= \left\{ \frac{3.98603 \times 10^{14} \times 86163.84^2}{4 \times \pi^2} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$= 42164178.1053 \quad (4)$$

$$H = 42164178.1053 - r \quad (5)$$

$$= 42164178.1053 - 6378140$$

$$= 35,786,038 \quad [m]$$

$$\approx 35,786. \quad [Km] \quad (6)$$

どのくらいの速度で公転しているのでしょうか？

静止軌道長 L_s は、

$$L_s = 2\pi(r+H) \quad (7)$$

$$= 2\pi \times 42164178.1052 = 264925344.359896$$

$$= 264,925,344.3598 \quad [m]$$

$$\approx 264,925. \quad [Km] \quad (8)$$

公転速度 v_s は、

$$v_s = \frac{L_s}{T} \quad (9)$$

$$= \frac{264,925,344.3598}{86,163.84}$$

$$= 2,958.6117 \quad [m/s] \quad (10)$$

$$\approx 3.0 \quad [Km/s] \quad (11)$$

つまり、放送衛星は赤道上空 約 35,800 [Km] にあって、西から東に向かって、秒速約 3[km] で回っているのです。併走する電車が、双方同じ速度となると、電車に乗っている人には、相手の電車が止まって見えるように、自転する地球と同期して回る放送衛星は、地球からみるとあたかも静止しているように見えるわけです。

「静止放送衛星の見える方向」

視聴者には、静止放送衛星がどの方向の、どれくらいの高度に見えるのでしょうか、また、視聴者と放送衛星との距離はどれくらいあるのでしょうか。

視聴者は芦川試験所にいるものとします。

静止放送衛星の地上への投影点の緯度	: $\phi_s = 0^\circ 00'$	
	経度	: $\lambda_s = 110^\circ 00'$
視聴者の居る場所の経度	: $\lambda_l = 138^\circ 38' 52''$	
	緯度	: $\phi_l = 35^\circ 32' 00''$
地球中心から静止衛星までの距離	: $R = 42,164.178$	[Km]
地球の赤道半径	: $r = 6,378.14$	[Km]
視聴者が放送衛星を見る仰角	: β°	
視聴者が放送衛星を見る方位	: α°	
視聴者から放送衛星までの距離	: d	[Km]

とすると、視聴者つまり観測点から静止衛星までの距離は、次式から計算できます。

$$d = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos(\phi_l) \cos(\lambda_l - \lambda_s)} \quad (12) \quad *1$$

(12) 式に数値を代入すると、

*1 : (12) 式は *Anex2* で導出を試みます。

$$d = \sqrt{6378.14^2 + 42164.178^2 - 2 \times 6378.14 \times 42164.178 \times \cos(35^\circ 32') \times \cos(28^\circ 32')}$$

$$= 37867.7263512 \quad (13)$$

$$d \doteq 37,867.73 \quad [km] \quad (14)$$

視聴者が静止放送衛星を見る仰角 β は、次式で計算します。

$$\beta = \tan^{-1} \left\{ \frac{\cos(\phi_p) \cos(\lambda_s - \lambda_p) - r/R}{\sqrt{1 - (\cos(\phi_p) \cos(\lambda_s - \lambda_p))^2}} \right\} \quad (15) *2$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{\cos(35^\circ 32') \times \cos(110^\circ - 138^\circ 38' 52'') - 6378.14/42164.178}{\sqrt{1 - (\cos(35^\circ 32') \times \cos(110^\circ - 138^\circ 38' 52''))^2}} \right\} = 0.67726266 \text{ [rad]}$$

$$0.67726266 \times \frac{360}{(2 \times 3.141592654)} = 38.80429 \quad [^\circ] \quad (16)$$

$$\beta = 38^\circ 48' 15.44''$$

視聴者が静止放送衛星を見る方位角 α は TN から時計回りとして、次式で計算します。

$$\alpha - \pi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan(\lambda_s - \lambda_p)}{-\sin(\phi_p)} \right\} \quad (17) *3$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan(110^\circ - 138^\circ 38' 52'')}{-\sin(35^\circ 32')} \right\} = 0.754474749444833$$

$$\alpha = 0.7544 \times \frac{360}{2 \times 3.141592654} + 180 = 223.2239$$

$$\therefore \alpha = 223^\circ 13' 26.04'' \quad (18)$$

仰角 β 、方位角 α 共に、地球を完全球体とした球面三角法を用いて求めています。地球は南北両極方向から、少し押しつぶしたような回転楕円体なので、完全球体として計算した値には、若干の誤差を生じます。

以上をまとめますと、次のようになります。

1. 静止放送衛星は東経110度の赤道上空にあります。この場所はインドネシアボルネオ島の上空となります。
2. 地球を回る衛星として公転する軌道は半径約42,164kmで、地上高約35,786km、秒速約3kmの速度で、西から東に向かって回ります。地球の自転と同期しているので静止しているように見えます。
芦川試験所と放送衛星間の距離は約37,868km となります。
3. テュフズードオータマ(株)芦川試験所では、仰角約38度48分、方位(TNから時計回り)約223度13分に受信パラボラアンテナを向けると、静止放送衛星からの放送波を受信することができます。
ここで、磁針を使って方位を決定する際に注意することがあります。それは、磁針の指す北は、真北からずれていることです。地磁気の磁気偏角によって、真北(TN)から約6度20分だけ西に偏っています。従って磁気偏角分だけ、計算から出した方位を補正しなければなりません。磁気偏角は地域によって違う値を持ちます。その値は、国土地理院発行の1:15,000、1:50,000 地形図に掲載されています。

*2 : (15)式はAnex3 で

*3 : (17)式はAnex4 で導出を試みます。

「放送衛星からの電波はどのくらいの強さで、地上に届いているのでしょうか」

これを知るためには、放送衛星の実効輻射電力を知らなければなりません。ケーブルテレビシステム委員会報告書によりますと、デジタル放送用BSAT-2cはトランスポンダ出力:120W、EIRP:59dBWとあります。このデータを基に地上での放送衛星波の強度を計算してみます。

1. 自由空間伝搬損失 Γ_s

$$\Gamma_s = 20 \log_{10} \left\{ \frac{4\pi d}{\lambda} \right\} \quad (19)$$

ダウンリンク周波数 f_ℓ はNHK BS 11.996GHz では 波長 $\lambda = 25 \times 10^{-3} [m]$ なので、自由空間伝搬損失 Γ_s は

$$\Gamma_s = 20 \times \log_{10} \left\{ \frac{4 \times 3.1415926 \times 37867.7 \times 10^3}{25 \times 10^{-3}} \right\} = 205.6 \quad [dB] \quad (20)$$

2. 放送衛星に使うミリ波帯は、降雨による減衰を考慮する必要があります。降雨量(強い雨)15mm/hでの減衰量 Γ_r は約5dBです。

3. 受信アンテナの利得 G_{ra} はアンテナの直径 D_{ra} を40cmとすると、

$$G_{ra} = \eta \left\{ \frac{\pi D_{ra}}{\lambda} \right\}^2 \quad (21)$$

$$= 10 \log_{10} \eta + 20 \log_{10} \left\{ \frac{\pi D_{ra}}{\lambda} \right\} \quad [dBi] \quad (22)$$

効率 η : 0.8 程度を確保可能なので、

$$\begin{aligned} G_{ra} &= 10 \log_{10}(0.8) + 20 \log_{10} \left\{ \frac{3.1415926 \times 0.4}{25 \times 10^{-3}} \right\} \\ &= -0.9691 + 34.0253 \\ &= 33.0562 \quad [dBi] \end{aligned} \quad (23)$$

4. 受信アンテナの出力電力 P_{ar} は、

$$\begin{aligned} P_{ar} &= EIRP - \Gamma_s - \Gamma_r + G_{ra} \\ &= 59 - 205.6 - 5.0 + 33.05 = -118.55 \quad [dBW] \end{aligned} \quad (24)$$

$$= -85.55 \quad [dBm] \quad (25)$$

となります。

5. 受信搬送波信号の C/N を求めてみましょう。

C/N は、受信入力端での、搬送波電力と受信入力換算雑音電力との比をいいます。受信の品質を確保するためには一定以上の C/N が必要となります。

前項で受信電力は求めましたので、受信機の雑音指数を1[dB]としたときの受信入力換算雑音電力 N を求めます。

$$N = KTB \quad [W] \quad (26)$$

$$\text{ここに、} K: \text{ボルツマン定数} = 1.38 \times 10^{-23} \quad [j/K]$$

$$T: \text{等価雑音温度} = 292.26 \quad [K]$$

$$B: \text{受信帯域幅} = 34.5 \quad [MHz]$$

なので、

$$N = 1.38 \times 10^{-23} \times 292.26 \times 34.5 \times 10^6 = 1.39144986 \times 10^{-13}$$

$$\begin{aligned} &= -128.5653 && [dBW] \\ &= -98.5653 && [dBm] \end{aligned} \quad (27)$$

(26)、(27)式からC/Nは、

$$\begin{aligned} C/N &= -85.55 - (-98.5653) \\ &= 13.0153 \\ &\approx 13.01 && [dB] \end{aligned} \quad (28)$$

(28)式のC/Nは降雨量(15mm/h)がかなり激しい場合です。5mm/h程度の降雨では、C/N=15.3 [dB]となります。所要C/Nが11[dB]であるので、いずれにしてもマージンの小さい事を意味します。このことは降雨の激しいときには受信出来ない事が発生しうることも意味しています。マージンを大きくするには直径の大きな利得の大きなアンテナが必要となります。

「放送衛星の問題点」

(1) 食の問題:

放送衛星は電力源として太陽電池を使っています。そのため太陽電池が太陽に向く角度によって発電量が増減します。このため、夏至と冬至には太陽電池の発電量が90%程度に少なくなります。また、春分の日と秋分の日には衛星が地球の陰に入り、太陽電池の発電量はゼロになってしまいます。この時間は最大で72分にもなります。

食が発生する期間は、春分の日、秋分の日の前後3週間となります。食の間は、太陽電池からの電力は無くなるので、蓄電池からの電力だけとなります。蓄電池からの電力だけでは放送用のトランスポンダは賄いきれず、停波となります。停波の時間は、停電が回復した後も搭載機器の再稼働などに時間を要し、3~4時間の停波時間が必要となります。また、月による食もあります。これは、発生頻度は少なく、年に1回かそれ以下です。

放送衛星は、受信者の利便を図り、受信アンテナを小型化する目的で、衛星の送信電力を大きくしています。そのため、使用する電力が大きくなり搭載している蓄電池では放送を維持することが出来なくなり、停波します。これからの放送衛星では、放送用の蓄電池を搭載して、食の間の停波を回避する事が計画されています。

放送衛星に対して、通信衛星は通信の途絶が許されないので、トランスポンダの電力を小さくして、食の間も蓄電池からの電力で運用できるようになっています。送信電力すなわち衛星EIRPが小さい分、地球局の受信アンテナを大きくする必要があります。

(2) 遅延時間の問題:

静止軌道が地上高約 35,786Km にもなるため、電波伝播時間が無視できなくなります。

電波の速度 c は

$$c = 2.997925 \times 10^8 \quad [m/sec] \quad (29)$$

なので、電波が地球局から静止放送衛星まで届くのにかかる時間 t は、

$$t = \frac{d}{c} \quad [sec] \quad (30)$$

$$= \frac{37867.7 \times 10^3}{2.997925 \times 10^8} = 0.1263 \quad [sec] \quad (31)$$

衛星から視聴者まで届くにも $0.1263[sec]$ かかります。静止衛星放送では、放送番組は地球上の放送施設からUP linkで静止放送衛星へ届け、そこでdown link用チャンネルに変更され、更に電力増幅されて地球に向けて放送されますが、電波の伝播だけで $0.2526[sec]$ の時間がかかってしまいます。

更にTV映像はアナログ放送でも画像処理に使うエンコーダ、デコーダで時間の遅れがあり、合わせて数秒の時間遅れが発生します。海外特派員レポートなどで、現場のレポーターと局側キャスターとのやり取りのタイミングが合わなく

なってしまいます。デジタル放送では更に画像圧縮などによる時間遅れが加わります。このため、地上波デジタル放送、デジタル衛星放送では時報等の時刻の告知が困難となります。

「静止軌道上にある衛星の数」

静止軌道上には現在 647個の人工衛星があります。そのうち日本の所有する静止衛星は32個あります(総務省電波利用ホームページより)。

静止衛星の軌道上の位置を見ますと、1度間隔以下となっています。

静止軌道上の1度に対する距離 d_s は、静止軌道長 L_s が(7)式から $L_s = 264,925 [Km]$ ありますから、

$$d_s = \frac{L_s}{360}$$

$$= \frac{264925}{360} = 735.9027 \quad [Km] \quad (32)$$

静止軌道で混み合っている場所では、0.1度にも満たない所もあります。0.1度は約73.6Km ですから、およそ甲府市と八王子市間の距離に相当する距離間隔隣に満たない所に衛星がいることとなります。静止衛星の中に放送衛星があるわけです。

「放送衛星の寿命」

宇宙空間にある放送衛星は秒速約3kmで地球を回っていますが、宇宙空間は真空状態なので、摩擦によるエネルギーの消費が無いので、静止放送衛星が地球を回る速度が落ちることはありません。しかし、太陽系惑星、太陽、月の引力、太陽風が静止衛星に作用するために、赤道上の軌道位置はわずかながらドリフトします。静止軌道を維持するためにはこのドリフトを修正しなければなりません。軌道修正には小さな軌道修正用エンジンを噴射します。

軌道修正は定期的に行われ、燃料を消費します。静止軌道位置を維持するために使うエンジンの燃料が無くなると静止軌道は維持できなくなり、静止放送衛星としての寿命となります。

静止放送衛星の設計寿命は7年、通信用静止衛星の設計寿命は10年といわれています。

「静止放送衛星からの電波の偏波面」

静止放送衛星からの電波の偏波面は円偏波(右旋円偏波)となっています。

通信衛星を使った衛星放送波は直線偏波を使っています。

「運用中の衛星放送」

現在運用中の静止軌道放送衛星を下図に示します。

衛星名		静止軌道位置	TWA出力	打上年月	設計寿命
BSAT-1a	BSアナログ放送	E110度	106W	H 9年4月	H19年頃
BSAT-2c	BSデジタル放送	E110度	106W	H15年6月	H25年頃
MBSAT	BSデジタル音声	E144度	1215W	H16年3月	H28年頃
N-SAT-110	CSデジタル放送	E110度	104.7W	H12年12月	H27年頃
JCSAT-4A	CSデジタル放送	E124度	72.4W	H11年2月	H23年頃
JCSAT-3A	CSデジタル放送	E128度	127W	H18年8月	H33年頃
SUPERBIRD-C	CSデジタル放送	E144度	90W	H9年7月	H22年頃
JCSAT-2A	CSデジタル放送	E154度	120W	H14年3月	H25年頃
PAS-8	CSデジタル音声	E165度	100W	H10年11月	H25年頃

参考資料

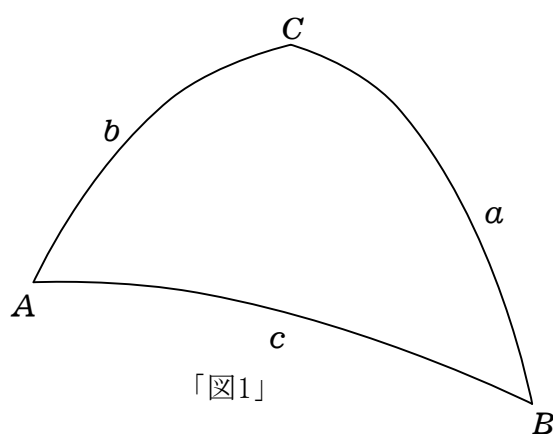
衛星放送受信の手引き	金原 晃 他 著	テレビジョン学会編 コロナ社
平面球面三角法	穂刈四三二 著	共立出版
国別静止衛星軌道位置一覧	総務省編集	総務省電波利用ホームページ
海事衛星通信入門	佐藤敏雄 著	電子通信学会発行 コロナ社
海事衛星通信入門補遺	佐藤敏雄 著	電子情報通信学会書簡
衛星放送の現状	関東総合通信局	関東総合通信局ホームページ
静止衛星の軌道	三枝義一 様	書簡
衛星中継回線計画資料	小林武信 作成	山梨放送送信技術資料
ケーブルテレビジョンシステム委員会報告書 理科年表(1996年版)	国立天文台編	ケーブルテレビジョンシステム委員会 丸善

Anex 1 球面三角の公式

球面上の2点間の距離、方位などの計算は、球面座標上の各点を直交座標上に置き換えても可能ですが、球面三角法を用いると簡潔に処理することができます。

球面三角を用いた解析に必要な重要な公式を以下に示します。

「図1」に於いて、各辺の長さを a 、 b 、 c とし、各辺の交点の角を A 、 B 、 C とします。また、各辺 a 、 b 、 c は大円の弧であるとしています。



1. 正弦法則

$$\frac{\sin(a)}{\sin(A)} = \frac{\sin(b)}{\sin(B)} = \frac{\sin(c)}{\sin(C)} \quad (A1)$$

2. 余弦法則

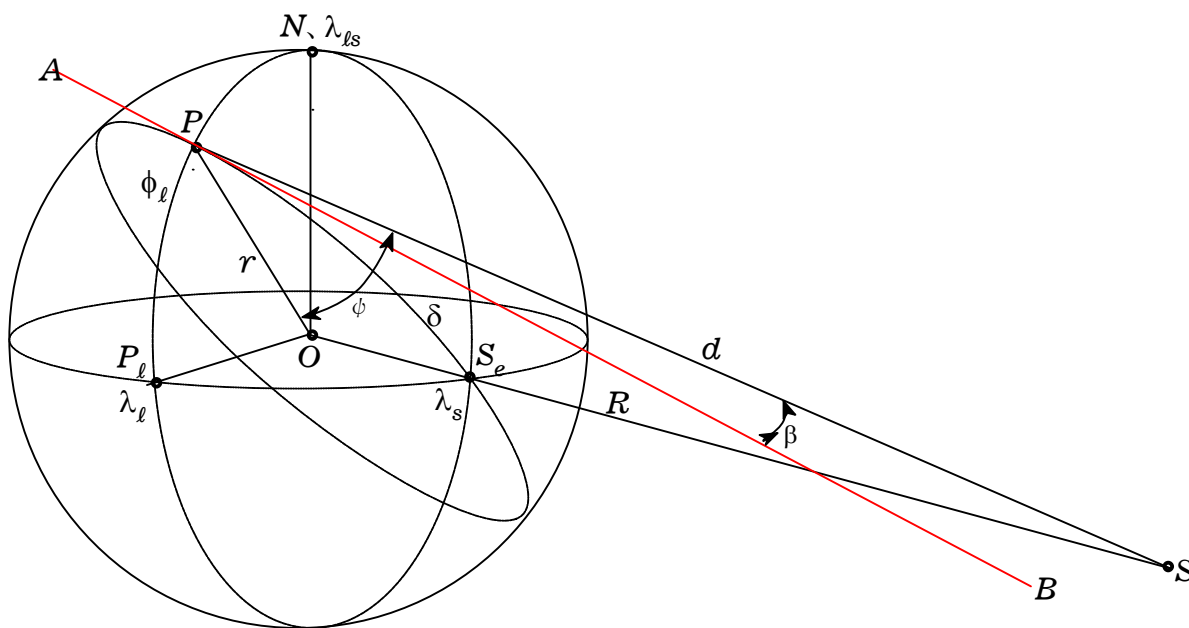
$$\cos(a) = \cos(b) \cos(c) + \sin(b) \sin(c) \cos(A) \quad (A2)$$

$$\cos(b) = \cos(c) \cos(a) + \sin(c) \sin(a) \cos(B) \quad (A3)$$

$$\cos(c) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b) \cos(C) \quad (A4)$$

Anex 2 *1 (12)式の導出

「図2」は理想化した完全球体の地球を表します。



「図2」

「図2」において、記号の表す意味は次の通りです。

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| N : 地心座標の北極 | r : 地球の半径 |
| P : 視聴者の位置 | R : 地球中心と静止放送衛星の距離 |
| S : 静止放送衛星の位置 | d : 視聴者のいる場所と静止放送衛星間の距離 |
| P_ℓ : 視聴者と同一経度の赤道上の位置 | δ : 大円弧 PS_e 間の円弧長 |
| S_e : 静止放送衛星直下の赤道上の位置 | N : 地心座標の北極 |
| ϕ_ℓ : 視聴者のいる場所の緯度 | O : 地心座標系の中心 |
| λ_ℓ : 視聴者のいる場所の経度 | |
| λ_s : 静止放送衛星直下の経度 | |
| λ_{ls} : S_e と P_e との経度差 | |

「図2」において、視聴者のいる場所 P と静止放送衛星間の距離 d は、三角形 PSO に、平面三角の余弦法則を適用して、

$$d^2 = r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi) \quad (A5)$$

ここに ξ : 角 POS を表す。

(A5)式の角度 ξ は、 ϕ_ℓ, λ_{ls} で表した方が都合がよい。球面三角の頂角 P_ℓ 、 P 、 S_e 及び各辺 $\phi_\ell, \delta, \lambda_{ls}$ を用いると、球の半径を正規化した場合、円弧長値と中心角値とは等しいから、

$$\cos(\delta) = \cos(\phi_\ell) \cos(\lambda_{ls}) + \sin(\phi_\ell) \sin(\lambda_{ls}) \cos(P_\ell) \quad (A6)$$

ここに $\xi = \delta$

球面三角の性質から、 $P_\ell = 90^\circ$ であるので、(A6) 式は

$$\cos(\delta) = \cos(\phi_p) \cos(\lambda_{ps}) + \sin(\phi_p) \sin(\lambda_{ps}) \cos(90)$$

$$\cos(\delta) = \cos(\phi_p) \cos(\lambda_{ps}) \tag{A7}$$

(A7) 式を (A5) 式に用いると、

$$d^2 = r^2 + R^2 - 2rR \cos(\phi_p) \cos(\lambda_{ps}) \tag{A8}$$

$$\therefore d = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos(\phi_p) \cos(\lambda_{ps})} \tag{A9}$$

Anex 3 : *2 (15) 式 静止放送衛星をみる仰角 β の導出

「図2」において、赤直線 AB は P 点における接平面内あり、平面3角形 PSO と同一平面内にあります。 P 点の接平面は、その地点の地平線に一致するから、赤直線 AB と直線 PS とのなす角 β が、 P 点において静止放送衛星を見る仰角となります。

平面3角形 PSO において、仰角 β と角 $OPS = \phi$ との間には、赤直線 AB が P 点における接線であることから、

$$\phi = \beta + 90^\circ \tag{A10}$$

の関係があります。従って、仰角 β は、

$$\beta = \phi - 90 \tag{A11}$$

平面3角形と PSO と角度 ϕ 、 ξ 、各辺 r 、 R 、 d の間には次の余弦法則が成り立ちます。

$$R^2 = r^2 + d^2 - 2rd \cos(\phi) \tag{A12}$$

$$d^2 = r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi) \tag{A13}$$

(A13) 式を(A12) 式に代入すると

$$R^2 = r^2 + [r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi)] - 2rd \cos(\phi) \tag{A14}$$

$$= r^2 + [r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi)] - 2rd \cos(\beta + 90)$$

$$= r^2 + r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi) + 2rd \sin(\beta) \tag{A15}$$

(A15) 式を整理して

$$0 = 2r^2 - 2rR \cos(\xi) + 2rd \sin(\beta) \tag{A16}$$

$$= r - R \cos(\xi) + d \sin(\beta) \tag{A17}$$

$$\therefore \sin(\beta) = \frac{R \cos(\xi) - r}{d} \tag{A18}$$

ここで、

$$1 = \cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) \tag{A19}$$

から

$$\cos^2(\beta) = 1 - \sin^2(\beta) \tag{A20}$$

(A20) 式と (A18) 式とから、

$$\cos^2(\beta) = 1 - \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{d^2} \tag{A21}$$

また、ここで、

$$\tan(\beta) = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} \tag{A22}$$

を利用すると

$$\tan^2(\beta) = \frac{\left[\frac{R \cos(\xi) - r}{d} \right]^2}{\left[\frac{d^2 - (R \cos(\xi) - r)^2}{d^2} \right]} = \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{d^2 - (R \cos(\xi) - r)^2} \quad (A23)$$

$$= \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{d^2 - (R \cos(\xi) - r)^2} \quad (A24)$$

(A24) 式に(A13)式を代入する。

$$\tan^2(\beta) = \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi) - (R \cos(\xi) - r)^2} \quad (A25)$$

$$= \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{r^2 + R^2 - 2rR \cos(\xi) - \{r^2 - 2rR \cos(\xi) + R^2 \cos^2(\xi)\}} \quad (A26)$$

$$= \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{R^2 - R^2 \cos^2(\xi)} = \frac{(R \cos(\xi) - r)^2}{R^2 \sin^2(\xi)} \quad (A27)$$

$$\therefore \tan(\beta) = \frac{(R \cos(\xi) - r)}{R \sin(\xi)} = \frac{\cos(\xi) - r/R}{\sin(\xi)} \quad (A28)$$

(A6) 式、(A7) 式 から、(A28)式は次のようになります。

$$\tan(\beta) = \frac{\cos(\phi_\ell) \cos(\lambda_{\ell S}) - r/R}{\sqrt{1 - \cos(\phi_\ell) \cos(\lambda_{\ell S})}} \quad (A29)$$

$$\therefore \beta = \tan^{-1} \left\{ \frac{\cos(\phi_\ell) \cos(\lambda_{\ell S}) - r/R}{\sqrt{1 - \cos(\phi_\ell) \cos(\lambda_{\ell S})}} \right\} \quad (A30)$$

Anex 4 *3 : (17) 式 視聴者が静止放送衛星を見る方位 α の導出

「図2」は地心座標上の視聴者の位置 $P(\phi_\ell, \lambda_\ell)$ 、衛星直下の地上位置 $S_e(0, \lambda_S)$ を示します。

これらは、球面三角 PNS_e を形成します。

「図1」に示す球面三角形の交点 A 、 B 、 C は、それぞれ、「図2」の P 、 N 、 S_e に対応します。

地球上の視聴者の位置 P から静止放送衛星 S を見る方位は、大円の弧 NP と大円の弧 PS_e との交角 α に等しい。

「図1」の A 、 B 、 C は、それぞれ「図2」の α 、 NS_eP 、 PNS_e に対応し、さらに「図1」の円弧 a 、 b 、 c は、「図2」のそれぞれ円弧 NS_e 、 NP 、 PS_e に対応することを踏まえて、球面三角の余弦法則 (A2) 式を適用すると、

$$a = NS_e = 90^\circ$$

$$b = NP = 90^\circ - \phi_\ell$$

$$c = PS_e$$

$$A = \alpha$$

であるから (A2) の関係を用いると、

$$\cos(90^\circ) = \cos(90^\circ - \phi_\ell) \cos(c) + \sin(90^\circ - \phi_\ell) \sin(c) \cos(\alpha) \quad (A31)$$

(A31) 式を整理する。

$$0 = \sin(\phi_p) \cos(c) + \cos(\phi_p) \sin(c) \cos(\alpha) \quad (A32)$$

$$\cos(\alpha) = -\frac{\sin(\phi_p) \cos(c)}{\cos(\phi_p) \sin(c)} \quad (A33)$$

球面三角の正弦法則 (A1) 式に $A = \alpha$ 、 $a = 90^\circ$ 、 $C = \lambda_{LS}$ を代入すると

$$\frac{\sin(90)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(c)}{\sin(\lambda_{LS})} \quad (A34)$$

(A34)式を変形して

$$\sin(\alpha) = \frac{\sin(\lambda_{LS})}{\sin(c)} \quad (A35)$$

(A35) 式を (A33) 式で除すると

$$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{\sin(\lambda_{LS})}{\sin(c)}}{-\frac{\sin(\phi_p) \cos(c)}{\cos(\phi_p) \sin(c)}} = \frac{\cos(\phi_p) \sin(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p) \cos(c)} \quad (A36)$$

(A36) 式の $\cos(c)$ に余弦法則(A4)式を適用する

$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C) \quad (A37)$$

$a = 90^\circ$ 、 $b = 90^\circ - \phi_p$ 、 $C = \lambda_{LS}$ であるから、

$$\cos(c) = \cos(90^\circ) \cos(90^\circ - \phi_p) + \sin(90^\circ) \sin(90^\circ - \phi_p) \cos(\lambda_{LS}) \quad (A38)$$

$$= \cos(\phi_p) \cos(\lambda_{LS}) \quad (A39)$$

(39) 式を (A36) 式に代入すると、

$$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\cos(\phi_p) \sin(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p) \cos(\phi_p) \cos(\lambda_{LS})} = \frac{\tan(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p)} \quad (A40)$$

(A40) 式を整理する

$$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha) = \frac{\tan(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p)} \quad (A41)$$

$$\therefore \alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p)} \right\} \quad (A42)$$

実際は、静止放送衛星は第3象限にあるから、

$$\alpha = \pi + \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p)} \right\} \quad [rad] \quad (A43)$$

$$= 180^\circ + \frac{180}{\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan(\lambda_{LS})}{-\sin(\phi_p)} \right\} \quad [^\circ] \quad (A44)$$

改訂1の詳細

- 1: (12)式を直交座標からの計算式から、球面三角を使った計算式に改めました。計算量を少なくすることができました。
- 2: 旧(17)式の誤りを八王子市在住の男性からご指摘をいただき、訂正いたしました。ご指摘ありがとうございました。
- 3: (12)式、(15)式、(17)式の導出過程を示しました。
- 4: 磁気偏角による影響があるため、方位角の計算値を補正する必要があることの記述を追加しました。

参考文献 海事衛星通信入門 の著者 佐藤先生から旧(17)式が参照した計算式のミスプリント訂正の補遺をいただき、その中で、(15)式、(17)式の導出についてご教示いただきました。

また、前職場の上司で、鈴木・三枝・森 彗星の発見者の一人でもある三枝義一様には天文計算全般にわたりご教示いただきました。