

エミッションの統計的評価

株式会社 e・オータマ 佐藤智典

2023 年 12 月 10 日

目次

1	概要	1
2	非心 t 分布に基づく試験	1
2.1	背景	2
3	二項分布に基づく試験	3
3.1	背景	4
4	補足	5
4.1	単一のサンプルでの試験	5
4.2	量産抜き取り検査	5
5	参考資料	6

り正確な説明は CISPR/TR 16-4-3^[1] や統計に関する書籍^[2]などを参照されたい。

2 非心 t 分布に基づく試験

非心 t 分布に基づく試験では、量産品から抜き取られた複数のサンプルでの測定を行なって得た測定結果の平均値 \bar{x} と不偏標準偏差 S_n 、またサンプルの個数によって決まる係数 k とから、量産品のエミッション限度 L への適合性を

$$\bar{x} + kS_n \leq L$$

によって判断する。

この評価は周波数毎に行なうが、単純に同じ周波数のデータを比較したのではエミッションが高い周波数が僅かにずれただけで S_n が非常に大きく、また \bar{x} が低く出てしまうことが予期される。このため、この評価では測定周波数範囲を周波数サブバンドに分割し、サンプルのそれぞれの個体毎にそれぞれのサブバンド内の最大値を測定し (これを x_i とする; 図 1)、その測定結果に基づいてサンプル全体のそれぞれのサブバンドの \bar{x} と S_n を算出する方法が用いられる。^{[3][4]}

この評価は次のような手順で行なうことができる:

1. 規格で定められた範囲内でサンプル数 n を決定する;
2. 量産品から無作為に抜き取られた n 個のサンプルについて測定を行なう;

^{†2} 本稿での説明や表現は統計学的に不正確な部分もあるだろうことを承知いただきたい。

^{†3} だが、このようにした場合も、高いレベルのエミッションが周波数サブバンドの境界付近にある場合はそれがどちらのサブバンドに入るかがサンプルによって異なり、これが結果に大きな影響を与えるかも知れない。

^{†4} 測定に際しては、その範囲内に顕著なエミッションがあるかどうかに関わらず、全ての周波数サブバンドのエミッション・レベルの記録が必要となる。

1 概要

量産される製品のエミッション規格への適合性の抜き取りでの評価に関して、量産品の 80 % 以上が適合していることを 80 % 以上の信頼度で確認する、いわゆる 80 % / 80 % ルールに言及されることがある。

このための統計的な評価の方法として、CISPR/TR 16-4-3^[1] では

- 非心 t 分布に基づく試験
- 二項分布に基づく試験
- 追加の許容限界に基づく試験

の 3 つの手法が示されている。

本稿では、非心 t 分布に基づく試験、及び二項分布に基づく試験について、その原理の簡単な説明を含めて述べる。

実際に統計的な評価の実施を考える場合は該当する規格を参照されたい。^[1] また、より詳細、かつよ

^{†1} 統計的評価の適用性、また具体的な方法は規格によって異なる。例えば CISPR 12:2007 は統計的評価としては非心 t 分布に基づく試験のみに言及しており、またその方法での評価に関する限度の適用、周波数サブバンドなどについて追加の規定を定めている。

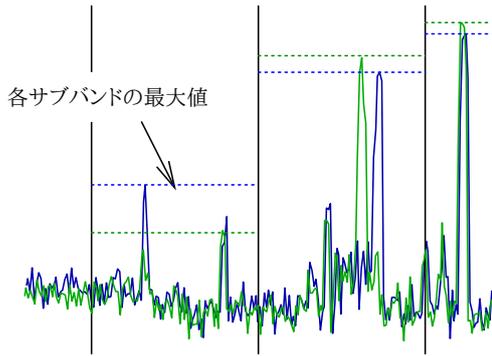


図 1: 周波数サブバンドへの分割

3. 周波数サブバンド毎に、それぞれのサンプルで測定された最大のエミッション・レベル x_i から測定結果の平均値 \bar{x} と不偏標準偏差 S_n を求める:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

4. S_n に乗じるべき係数 k をサンプル数 n から決定する (表 1);
5. それぞれのサブバンドについて該当する限度 L への適合性を、

$$\bar{x} + kS_n \leq L$$

となるかどうかから判断し、全てのサブバンドでこの条件が満たされれば量産品を適合と、さもなくば不適合と判定する;

6. その判定を受け入れ難い場合、量産品から適切な個数のサンプルを追加で抜き取って同様に測定を行ない、それを加えたサンプル全体について同様に評価を行なう。^{†5}

例

例えば、ある周波数サブバンドでの $n = 6$ の測定結果がそれぞれ 25.03, 23.78, 28.61, 25.92,

^{†5} 例えば最初に $n = 6$ で評価を行なった場合、サンプル 6 個を追加して $n = 12$ での評価を行なう。ここでは詳細は示さないが、サンプル数が大きくなれば母集団の適合/不適合をより確実に判断できるようになり、誤って不適合と判断する確率も低下するだろう。なお、このような場合に、例えば最初の 6 台のサンプルのデータを捨てて新たに抜き取った 6 台のみで評価をやり直すような方法を用いてはならない。

22.93, 25.31 dB μ V/m だった場合、平均値 $\bar{x} = 25.26$ dB μ V/m、不偏標準偏差 $S_n = 1.96$ dB で、また規格の表 (表 1) から $k = 1.42$ であるので、 $\bar{x} + kS_n = 28.05$ dB μ V/m となる (図 2)。

この場合、エミッション限度 $L = 28$ dB μ V/m であるとするれば $\bar{x} + kS_n \not\leq L$ であるので不適合、 $L = 30$ dB μ V/m であるとするれば $\bar{x} + kS_n \leq L$ であるので適合と判定できる。

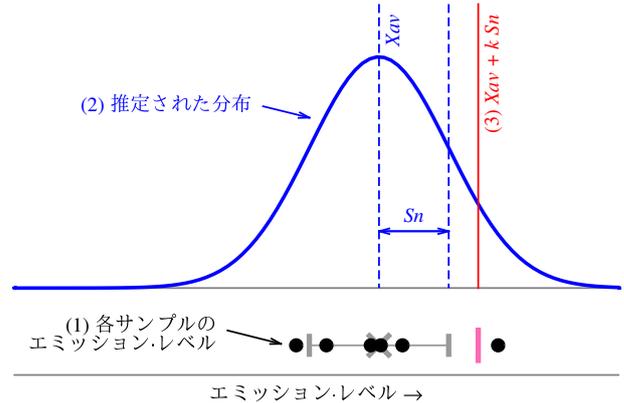


図 2: 非心 t 分布に基づく試験のイメージ

2.1 背景

非心 t 分布に基づく試験は量産品から抜き取られた複数のサンプルで得られた測定結果から量産品の測定結果の分布 (正規分布と仮定される) を推定して評価を行なうものである。

この中で現れる係数 k は抜き取られたサンプルから得られた不偏標準偏差 S_n に乗じるべき係数であり、これはサンプルから得られた \bar{x} や S_n に基づいて母集団の適合性を 80% 以上の信頼度で判断できるようにするために必要となる。^{†6}

係数 k は非心 t 分布に基づいて求められ、その値はサンプル数 n の増加に伴って低下する。

表 2 に、いくつかの n についてこの k の値を計算した結果を示す。ここで、

ν は自由度であり、 $\nu = n - 1$ である。

^{†6} 母集団が正規分布に従うと仮定されるが、サンプルから求められた \bar{x} や S_n は母集団の平均値や不偏標準偏差に対してばらつきを持つ。特にサンプル数 n が小さい時はそのばらつきも大きくなり、その値をそのまま用いた場合、 \bar{x} や S_n が低く出た時は本来は適合と判定すべきでない母集団を適合と判定してしまう可能性も高まる。係数 k はそのばらつきの程度を反映したもので、それを S_n に乗じることで誤って適合と判定する可能性を下げ、所望の信頼度を確保する。

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k	2.04	1.69	1.52	1.42	1.35	1.30	1.27	1.24	1.21	1.20

表 1: 非心 t 分布に基づく試験の係数 k (CISPR/TR 16-4-3 より)

λ は非心度で、このケースでは、正規分布の下側累積確率が 0.8 となる点が 0.84162... であることから、 $\lambda = 0.84162\sqrt{n}$ とした。

$\sqrt{n} \cdot k$ は、自由度 ν 、非心度 λ の非心 t 分布の下側累積確率が 0.8 となる、すなわち $P_r\{t'(\nu; \lambda) \leq \sqrt{n} \cdot k\} = 0.8$ となる点である (図 4)。

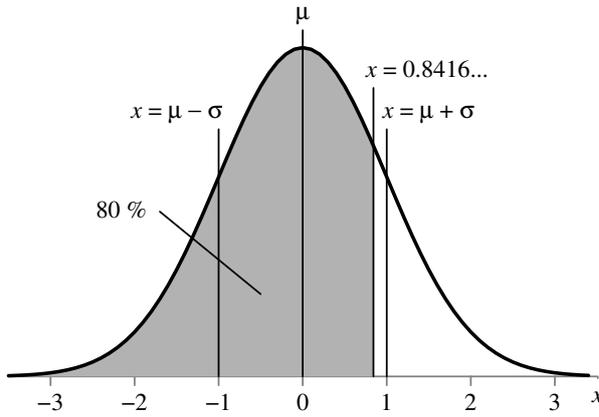


図 3: 正規分布

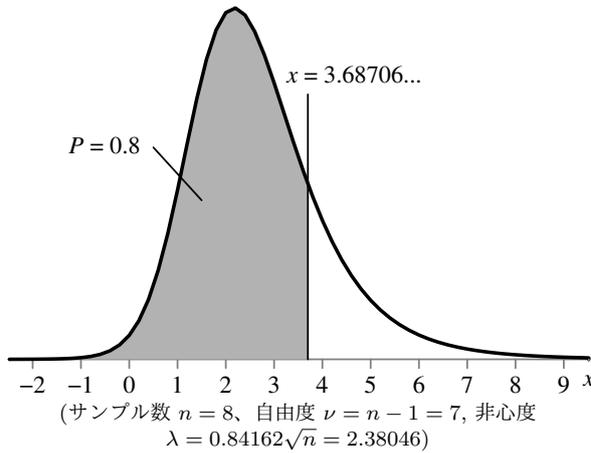


図 4: 非心 t 分布と 80 % ポイント

サンプル数 n	自由度 ν	非心度 λ	80 % ポイント $\sqrt{n} \cdot k$	係数 k
3	2	1.458	3.492	2.016
4	3	1.683	3.350	1.675
5	4	1.882	3.385	1.514
6	5	2.062	3.472	1.417
7	6	2.227	3.576	1.352
8	7	2.380	3.687	1.304
9	8	2.525	3.799	1.266
10	9	2.661	3.911	1.237
11	10	2.791	4.020	1.212
12	11	2.915	4.128	1.192
13	12	3.034	4.233	1.174
14	13	3.149	4.335	1.159
15	14	3.260	4.435	1.145
16	15	3.366	4.533	1.133
17	16	3.470	4.629	1.123
18	17	3.571	4.722	1.113
19	18	3.669	4.814	1.104
20	19	3.764	4.903	1.096
30	29	4.610	5.711	1.043
40	39	5.323	6.404	1.012
50	49	5.951	7.019	0.993
60	59	6.519	7.578	0.978
70	69	7.042	8.093	0.967
80	79	7.528	8.574	0.959
90	89	7.984	9.026	0.951
100	99	8.416	9.454	0.945

表 2: 非心 t 分布に基づく試験に関するパラメータ (算出方法の違いのため表 1 とは 3 桁目からずれがある)

この方法では、試験されたサンプルのうちで不適合となったものの数がサンプル数に応じて決まる数 (表 3) 以下であれば量産品を適合と判定する。

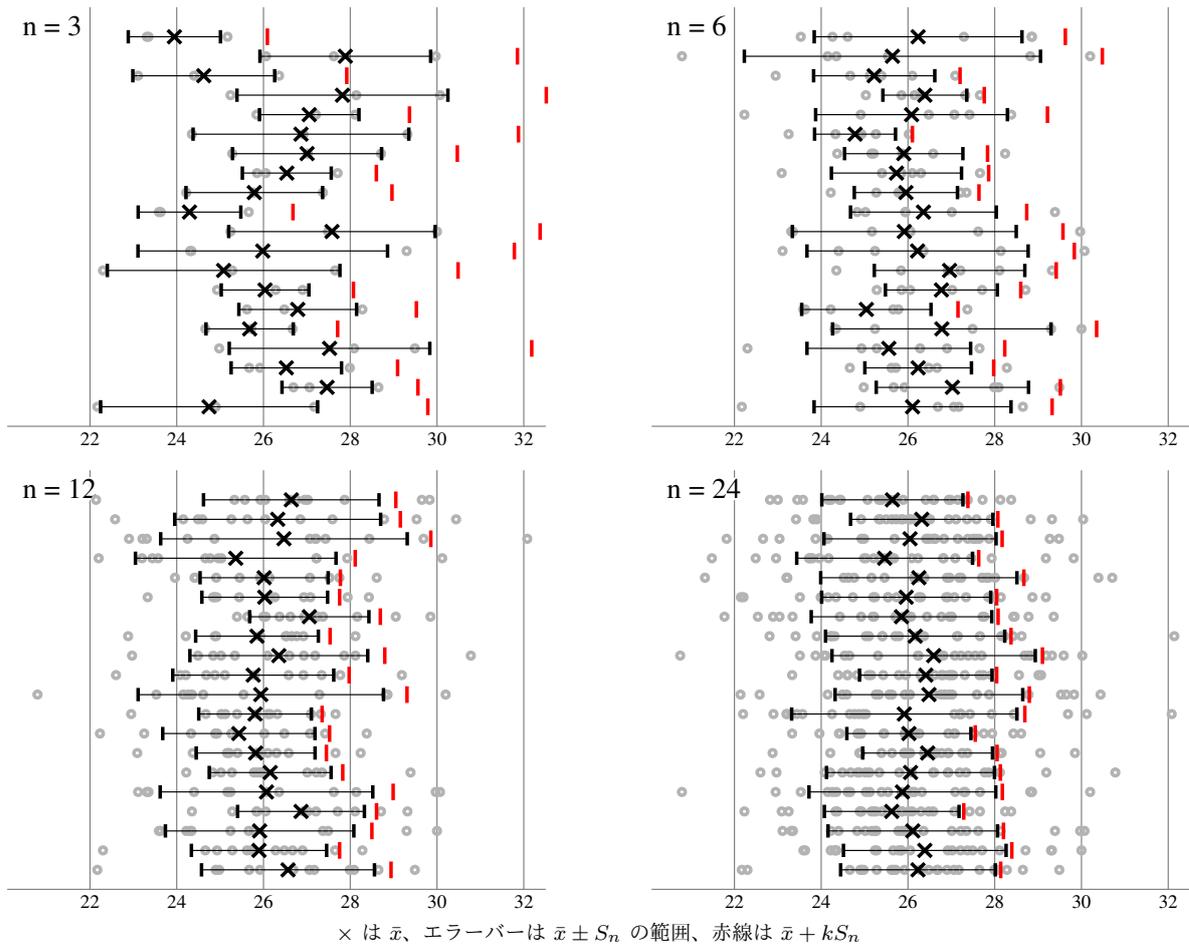
この評価は次のような手順で行なうことができる:

1. 規格で定められた範囲内でサンプル数 n を決定する;^{†7}
2. 量産品から無作為に抜き取られた n 個のサンプルについて測定を行ない、それぞれのサンプルの適合/不適合を規格に従って判定する;
3. 不適合となったサンプルの数がサンプル数 n に

3 二項分布に基づく試験

二項分布に基づく試験は、量産品から抜き取られた複数のサンプルの試験を行ない、その適合/不適合の結果のみに基づいて量産品の 80 % 以上が適合するかどうかを推定するものである。

^{†7} 1 台での試験で不適合となった後に統計的評価を試みようとする場合はその不適合の結果も含めるべきである。このため、6 台を追加した 7 台での評価としたのでは不適合となることが既に確定しているので、少なくとも 13 台を追加して 14 台での評価とすることが必要となるだろう。だが、14 台での評価の場合も追加した 13 台の中の 1 台が不適合となっただけで不適合が確定するので、最初の 1 台での不適合が非常に稀な偶発的なものであった場合を除き、その評価でも不適合となる可能性が高そうに思われる。



- $n = 3, 6, 12, 24$ としてそれぞれ 20 回の試行 (独立して行なわれたサンプリングを代表する) を行なった結果で、サンプル数 n を大きくすれば結果のばらつきは小さくなることわかる。
- 30 がエミッション限度だとした場合、 $n = 6$ でも時々不適合の判定となっている。

図 5: 非心 t 分布に基づく試験における抜き取りの影響のシミュレーション

応じて定まる個数 c 以下であれば量産品を適合と、さもなくば不適合と判定する (表 3);

n	7	14	20	26	32
c	0	1	2	3	4

表 3: 二項分布に基づく試験でエミッション限度の超過が許容されるサンプル数 c (CISPR/TR 16-4-3 より)

4. その判定を受け入れ難い場合、量産品から適切な個数のサンプルを追加で抜き取って同様に測定を行ない、それを加えたサンプル全体について同様に評価を行なう。^{†5}

3.1 背景

量産品の一部がエミッション要求に不適合となる (エミッション限度を超える) 可能性があるとしても、80 % / 80 % ルールを適用する場合はエミッション限度を超える製品の割合が 20 % 未満であればその量産品は全体として適合とみなすことができる。

そのような量産品から無作為に抜き取ったサンプルがエミッション試験で不適合となる割合は、量産品中の不適合品の割合を反映するものの、抜き取りに伴うばらつきを生じるため、そのような抜き取りでの検査から母集団となる量産品中の不適合品の割合 (このケースでは 80 % 以上が適合すると言えるかどうか) を判断しようとする場合にはその影響の考慮が必要となる。

母集団となる量産品のうちの不適合品の割合 (こ

これは無作為に抜き取られた特定のサンプルが不適合となる確率となる) を p とすると、量産された製品から無作為に抜き取られた n 個のサンプルのうちの k 個が不適合となる確率は、

$${}_n C_k p^k (1-p)^{n-k}$$

となる。^{†8}

例えば不適合の割合 $p = 0.2$ (適合品の割合 $q = 1 - p = 0.8$)、サンプル数 $n = 14$ の場合、不適合となるサンプルの個数 k は図6に示すような確率分布に従うことが予期される。

図6の累積確率を見ると $k = 1$ で 0.2 を横切っている。従って、80 % 以上が適合する量産品についてサンプル数 $n = 14$ での抜き取り検査を行なった場合は不適合となるサンプルの個数 k は 80 % 以上の確率で $k \leq 1$ となることが予期され、これからサンプル数 $n = 14$ での抜き取り検査でサンプル中の不適合の数 $k \leq 1$ であった場合は 80 % / 80 % ルールに基づいて量産品が適合していると判断できそうである。

サンプル数 $n = 7, 14, \dots, 32$ に対するこの累積確率のカーブを図7に示すが、そのカーブが累積確率 0.2 を横切るポイントは表3で示した c と一致している。

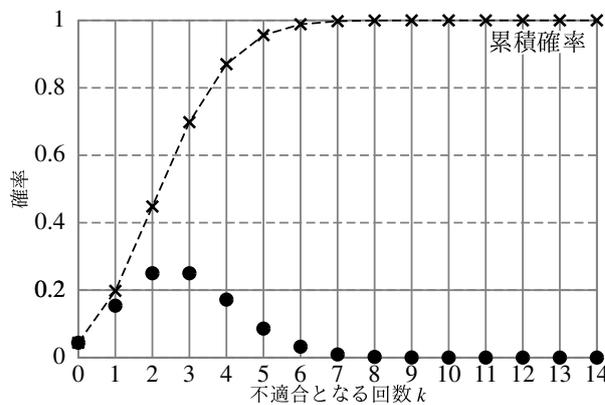


図6: 二項分布 (不適合の確率 $p = 0.2$ 、サンプル数 $n = 14$ に対する、不適合が k 回出る確率、及び不適合が k 回以下となる累積確率)

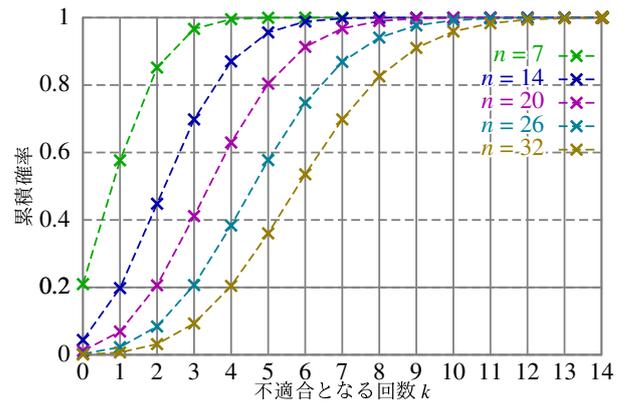


図7: 二項分布の累積確率 (サンプル数 $n = 7, 14, \dots, 32$)

4 補足

4.1 単一のサンプルでの試験

ほとんどの場合、型式試験として単一のサンプルのみに対する試験を行なう (統計的評価を適用しない) ことが許容されており、実際の製品に対する試験もその形で行なわれることが多い。

だが、単一のサンプルでの試験では製品の個体によるばらつきの情報は全く得られず、またそのサンプルがばらつきの中でどのような位置にあるものかも不明であるので、一般にそのサンプル個体が適合していたという理由だけで他の個体も適合していると考えすることは安全とは言い難い。

例えばサンプルされた個体が図5で見られるようなばらつきの下端に近いもので、量産品の大部分のエミッションのレベルはそれよりも有意に高いかも知れない。このような場合、そのサンプルでの測定結果が限度に近い場合、量産品の大部分が限度を超える (そして、ばらつきが大きい場合には量産品の相当の割合が限度を大幅に超える) ことが予期される。

このような試験はあくまでもその特定のサンプルの特定の状況での結果を示すだけであり、量産品の適合性をどのようにして担保するかは製造業者の責任となるであろう。

4.2 量産抜き取り検査

CISPR/TR 16-4-3:2004^[1] は、型式試験を単一のサンプルで行なった場合について、生産品からランダムに抜き取られたアイテムに対する引き続いたの試験が必要である旨の記載を含む。

^{†8} ${}_a C_b$ はコンビネーション (組み合わせの数) で、 ${}_a C_b = a! / (b! \cdot (a - b)!)$

また、例えば CISPR 14-1:2016 は、型式試験を単一のサンプルで行なった場合は特に生産品からランダムに抜き取られたアイテムに対する引き続いての試験が必要である旨の記載を、その対象を型式試験を単一のサンプルで行なった場合に限定しない形で含む。

型式試験を単一のサンプルで行なうことが許容されるとしても、§4.1で触れたように、その形の試験は量産品のエミッションに関する情報をあまり与えない。

統計的評価を行なった場合は量産品でのばらつきの情報もある程度は得られるだろうが、これはその抜き取りの対象となった範囲 (おそらくは単一のロット) に限られ、いずれにしてもその試験ではそれ以降の生産で生じるかも知れない変動についての情報を得ることはできない。

型式試験をどのように行なったかに関わらず、また該当する規格が量産抜き取り検査の要求を含むかどうかに関わらず、適当な頻度での量産抜き取り検査を実施してその結果の分析や利用を適切に行なうことは量産品の適合性の担保 (適合性の維持) のための非常に有用な手段となるかも知れない。

5 参考資料

- [1] CISPR/TR 16-4-3:2004, *Specification for radio disturbance and immunity measuring apparatus and methods — Part 4-3: Uncertainties, statistics and limit modelling — Statistical considerations in the determination of EMC compliance of mass-produced products*